

文章编号: 1000-4750(2009)01-0174-07

钢筋混凝土桥墩滞回性能的有限元参数敏感性分析及模型改进

司炳君¹, 孙治国², 艾庆华¹, *王东升²

(1. 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024; 2. 大连海事大学道路与桥梁工程研究所, 辽宁, 大连 116026)

摘 要: 研究了反复荷载作用下钢筋混凝土桥墩滞回性能的有限元建模方法, 以 6 个弯剪破坏形态的钢筋混凝土桥墩拟静力试验结果为依据, 利用 ANSYS 软件, 首先建立了不同的桥墩有限元模型进行参数敏感性分析, 讨论了混凝土的裂缝剪力传递系数、应力-应变曲线的下降段、纵筋的包辛格效应、纵筋与混凝土之间的粘结-滑移关系以及混凝土压碎破坏面等参数对模拟结果的影响; 在此基础上对分析模型进行了改进, 并将模拟得到的桥墩滞回曲线及骨架曲线同试验结果进行对比, 验证了模型的正确性。

关键词: 结构工程; 有限元; 钢筋混凝土桥墩; 滞回性能; ANSYS 软件

中图分类号: TU352.1; U442.5 **文献标识码:** A

SENSITIVE ANALYSIS AND MODEL MODIFICATION FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF R/C BRIDGE PIERS UNDER CYCLIC LOADING

SI Bing-jun¹, SUN Zhi-guo², AI Qing-hua¹, *WANG Dong-sheng²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: This paper investigates modeling approaches describing the hysteretic behavior of R/C bridge piers subjected to cyclic loading. Corresponding to the low-cycle reversed loading test of 6 R/C bridge piers, different pier models are created firstly using ANSYS software and evaluated experimentally, where bridge piers are circular-sectioned and flexure & shear dominated. Then, the following related points are discussed including the influences of the shear retention coefficients, the strain softening in the concrete stress-strain relationship, the Bauschinger effect of reinforcing steel, the bond-slip relationship between the longitudinal reinforcement and the concrete, and the effect of concrete failure surface. Finally, a modified analysis model is presented and its accuracy is verified by comparing the calculated hysteretic curves and skeleton curves with the experimental results.

Key words: structural engineering; finite element; R/C bridge piers; hysteretic behavior; ANSYS software

由于反复荷载作用下钢筋与混凝土材料本构模型的复杂性以及两者之间的粘结-滑移关系, 钢筋混凝土桥墩滞回性能的模拟分析是一个很有挑

战性的课题, 国内外学者对此进行了大量研究工作并取得了不少成果。Kwan 和 Billington^[1]应用 DIANA 软件建立了反复荷载下桥墩的二维有限元

收稿日期: 2007-08-01; 修改日期: 2007-11-09

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(50308027); 海岸和近海工程国家重点实验室主任基金(LP0504)

作者简介: 司炳君(1971—), 男, 黑龙江宾县人, 副教授, 博士, 副院长, 从事桥梁抗震研究(E-mail: sibingjun@sina.com);

孙治国(1980—), 男, 山东德州人, 硕士, 从事桥梁抗震理论与试验研究(E-mail: szg_1999_1999@163.com);

艾庆华(1978—), 男, 山东德州人, 博士, 从事桥梁抗震研究(E-mail: ai_qinghua@sohu.com);

*王东升(1974—), 男, 内蒙古哲里木盟人, 教授, 博士, 从事桥梁抗震研究(E-mail: dswang@newmail.dlmu.edu.cn).

模型; Cofer 等人^[2]基于 NEABS 和 ABAQUS 软件分别建立了反复荷载下桥墩的纤维单元模型; Lee 和 Elnashai^[3]基于纤维单元程序 ADAPTIC 对弯剪作用下钢筋混凝土柱的滞回性能进行了模拟分析; Kim 和 Lee^[4]等应用混凝土的平面正交异性材料模型和接触单元,建立了反复荷载作用下桥墩的二维有限元模型; Faria^[5]等运用混凝土的连续损伤力学模型和钢筋单元,建立了空心矩形桥墩在反复荷载作用下的分析模型; Lee 和 Choi^[6]等提出了钢筋混凝土桥墩在滞回荷载下的剪-压相互作用关系,并应用纤维单元程序 ZeusNL,对反复荷载作用下方形截面短柱进行了模拟分析; Esmaeily 和 Xiao Y^[7]基于纤维单元模型编制了桥墩的滞回分析程序。

以上工作大多基于钢筋混凝土专用分析程序,且多为二维或一维分析模型。而大型通用有限元软件 ANSYS 在混凝土结构有限元分析中已大量应用^[8],国内外学者已经利用 ANSYS 软件,对混凝土结构滞回性能的模拟方法进行了探讨^[9-12],但由于所分析的多为钢-混凝土组合结构,破坏集中于钢材,反复荷载下混凝土的受力特征对结构的滞回性能影响有限;对于作者在文献[13]中的工作,由于试件数量较少,且均为弯曲破坏形态,隐盖了部分参数对模拟结果的影响;同时,模型中没有考虑反复荷载下纵筋的包辛格效应和混凝土的压碎,仅在一定程度上得到与试验结果吻合的结论;因

此,有必要对桥墩滞回性能的三维有限元模拟方法做进一步的研究。

本文首先进行了 6 根呈弯剪破坏形态的钢筋混凝土桥墩拟静力试验,以试验结果为依据,基于 ANSYS 软件,对桥墩滞回性能的三维有限元建模方法进行了进一步的探讨,获得了较好的模拟效果。

1 钢筋混凝土桥墩抗震拟静力试验

在近几次破坏性地震中(1994 年 Los Angeles、1995 年 Kobe、1999 年 Chi-Chi 地震),短柱桥墩的剪切及弯剪破坏占较大比重,首先进行了 6 根圆形截面钢筋混凝土短柱桥墩的拟静力试验,分别为 A1-A6 号试件,试件设计见图 1 及表 1 所示。材料参数为: $\phi 14$ 纵筋屈服强度和极限强度分别为 327.6MPa、534.9MPa; $\phi 6$ 螺旋箍筋屈服强度和极限强度分别为 511MPa、558.9MPa。

试验加载分为固定的轴力和墩顶的侧向反复荷载;侧向加载开始按 0.7 倍屈服荷载控制,确定试件的屈服位移后按位移控制,分别为 1, 2, 3... 倍屈服位移,每个荷载幅值下循环三次,直到侧向承载力下降到极限荷载的 85%以下或试件发生严重破坏而无法承受轴力为止,试验加载历程见图 2 所示。

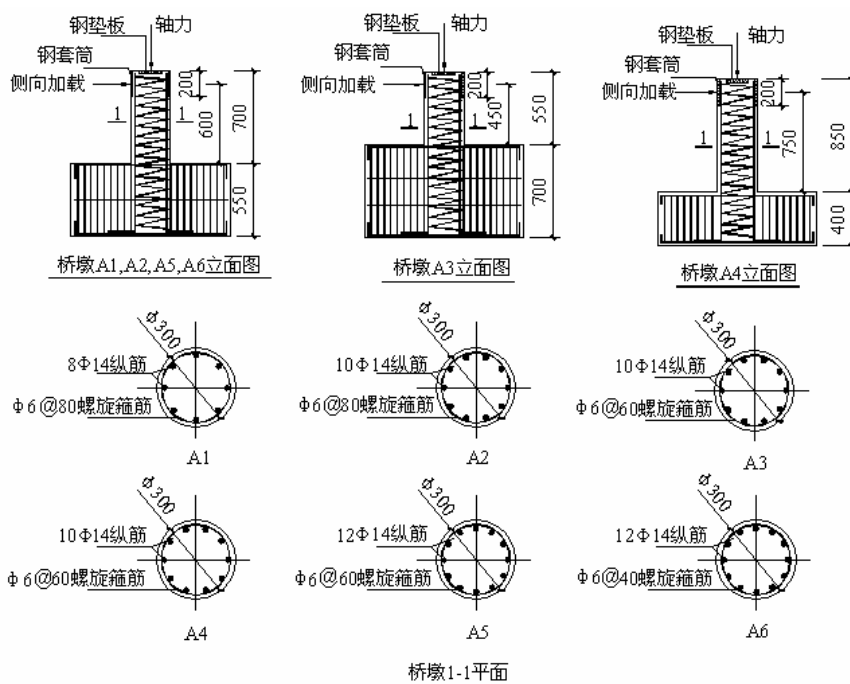


图 1 桥墩设计详图

Fig.1 Design details of the bridge piers

表 1 桥墩设计详表
Table 1 Pier design details

试件编号	截面直径/ mm	剪跨比	混凝土 抗压强度/ MPa	纵向配筋		箍筋		轴压比
				配筋	配筋率/(%)	配筋	配筋率/(%)	
A1	300	2	37.2	8Φ14	1.74	φ6@80	0.54	0.15
A2	300	2	40.7	10Φ14	2.18	φ6@80	0.54	0.15
A3	300	1.5	37.2	10Φ14	2.18	φ6@60	0.72	0.10
A4	300	2.5	38.1	10Φ14	2.18	φ6@60	0.72	0.10
A5	300	2	34.6	12Φ14	2.61	φ6@60	0.72	0.15
A6	300	2	40.7	12Φ14	2.61	φ6@40	1.10	0.10

注：混凝土试块尺寸为 150mm×150mm×150mm。

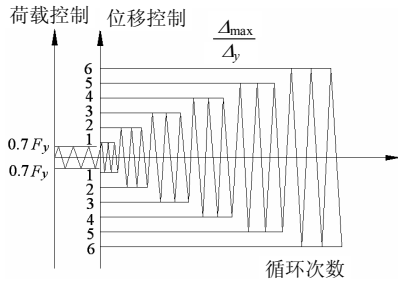


图 2 侧向加载历程

Fig.2 Lateral loading history for the testing

试验得到的桥墩滞回曲线和骨架曲线见图 13 和图 14 所示；部分桥墩的最终破坏形态见图 3 所示，试验最终阶段，桥墩塑性铰区混凝土保护层压碎脱落，核心混凝土压溃，斜裂缝发展明显，混凝土开裂高度基本达到墩顶；纵筋屈曲，但未发现拉断现象；A2、A5、A6 桥墩箍筋拉断，桥墩均呈明显弯剪破坏形态。

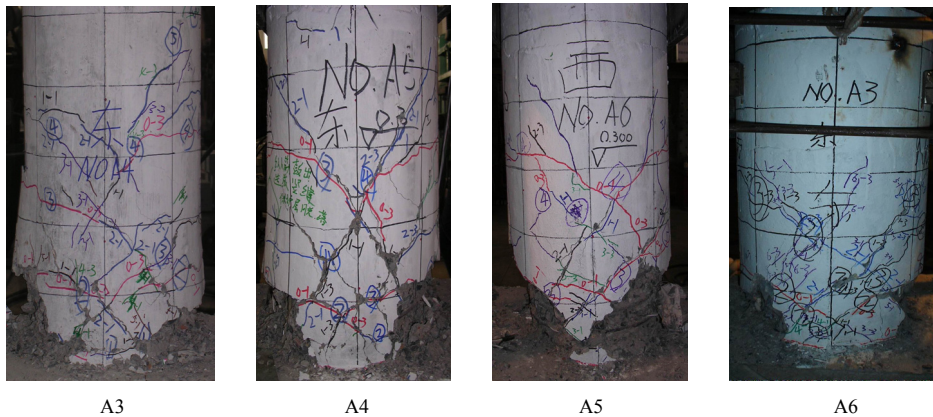


图 3 桥墩最终破坏形态

Fig.3 Failure modes of the bridge piers

2 桥墩滞回性能的参数敏感性分析

以 A3 桥墩为例，进行滞回性能的有限元参数敏感性分析；采用 Solid 65 单元模拟混凝土，Link 8 单元模拟钢筋；混凝土采用 Mander^[14]等建议的箍筋约束混凝土的本构关系；有限元建模的过程中，为了节省计算时间，根据试件的对称性，仅建立试件的 1/2 模型，对桥墩底座，简化为一个与试验模型等高的圆柱形墩台，以考虑纵筋在底座中的拔出对桥墩滞回曲线的影响，同时将墩台四周的节点固定，模拟试验约束条件。桥墩网格的划分综合考虑了计算精度、收敛性，以及网格划分的方便等因素的影响，详见文献[8—13]，这里不再赘述。所建立

A3 号桥墩的有限元模型，见图 4 所示。

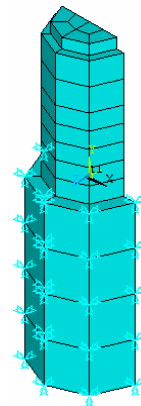


图 4 A3 号桥墩有限元模型

Fig.4 Finite element model for pier A3

2.1 裂缝剪力传递系数对滞回曲线的影响

Solid65 单元中, 采用张开裂缝的剪力传递系数 β_t 和闭合裂缝的剪力传递系数 β_c 表示裂缝面的情况, 为讨论剪力传递系数的取值对模拟结果的影响, 我们以 A3 号桥墩为例, 取三组数值进行对比, 分别为 $\beta_t=0.2$ 、 $\beta_c=0.5$, $\beta_t=0.3$ 、 $\beta_c=0.7$ 以及 $\beta_t=0.5$ 、 $\beta_c=0.95$; 将模拟得到的桥墩滞回曲线进行对比, 如图 5 所示。其中, F 为侧向荷载, Δ 为侧向位移。

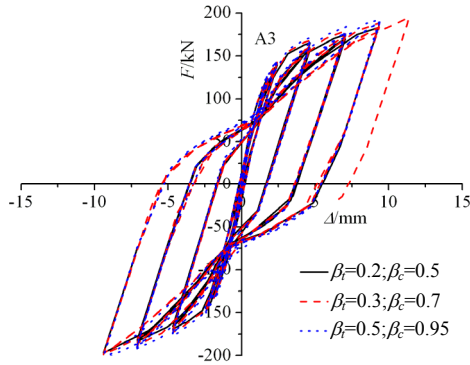


图 5 剪力传递系数对滞回曲线的影响
Fig.5 The influence of the shear retention coefficients to the hysteretic behavior

可以看出, 剪力传递系数取值越大, 抗剪强度越高, 但影响不明显; 这可能是由于 ANSYS 中混凝土采用的是固定裂缝模型, 难以有效模拟桥墩严重破坏阶段(全剪裂缝形成后)混凝土开裂面之间的剪切滑移现象。

2.2 混凝土受压应力-应变曲线下降段的影响

在有限元模拟过程中, 受压应力-应变曲线的下降段是引起加载后期计算难以收敛的主要原因, 特别是对于三维结构有限元模拟分析, 这个矛盾表现得尤为突出。图 6 是我们利用所建立的有限元模型得到的 A3 桥墩滞回曲线及其同试验结果的对比, 在所建立的模型中, 考虑了混凝土受压应力-应变曲

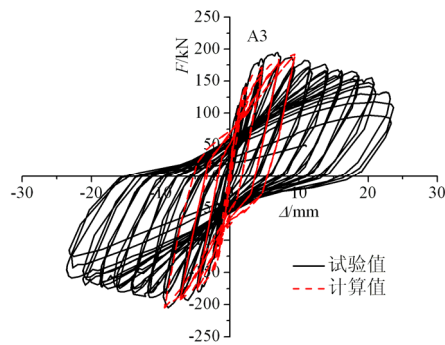


图 6 受压应力-应变的下降段对滞回曲线的影响
Fig.6 The influence of strain softening in concrete stress-strain relationship to the hysteretic behavior

线的下降段, 同时关闭混凝土的压碎选项。当加载至结构的极限承载力以后, 计算无法收敛, 模拟过早结束。

2.3 纵筋包辛格效应对滞回曲线的影响

钢筋在反复荷载作用下的本构关系对桥墩滞回曲线的模拟有重要影响, Faria^[5]等和 Dodd^[15]等均提出了能够反应钢筋包辛格效应的本构模型。经过对比分析, 作者采用多线性随动强化模型(KINH)来描述纵筋的包辛格效应, 同时与双线性随动强化模型(BKIN)进行对比分析, 如图 7 所示。其中, E_s 为钢筋弹性模量, f_y 为屈服应力, f_s 和 ϵ_s 分别为钢筋应力和应变, E'_s 、 E''_s 代表钢筋屈服后的模量。

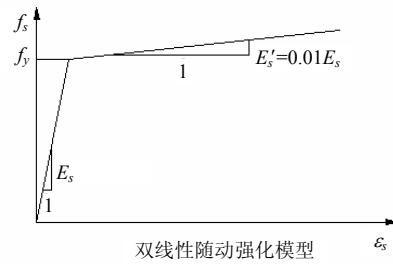
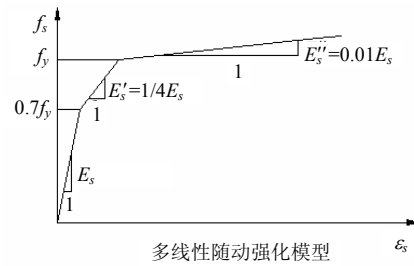


图 7 不同的钢筋本构模型

分别采用以上两种钢筋本构模型模拟得到的 A3 桥墩滞回曲线的对比如图 8 所示, 可以看出, 考虑钢筋包辛格效应的模型得到的滞回曲线较双线性模型有更好的“捏拢”效应。

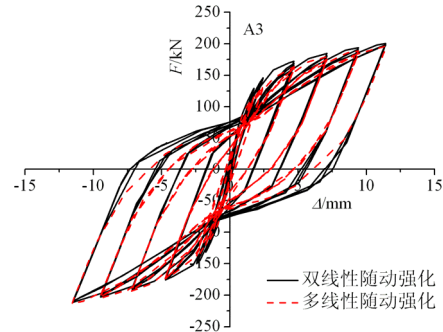


图 8 不同的钢筋本构模型对滞回曲线的影响
Fig.8 The influence of constitutive models of reinforcing steel to the hysteretic behavior

2.4 钢筋与混凝土之间粘结-滑移关系的影响

为了讨论在所建立的有限元模型中钢筋与混

凝土之间滑移关系对桥墩滞回曲线的影响，作者建立了分离式的桥墩有限元模型，沿纵筋方向，在钢筋节点与混凝土节点之间建立 **Combin 39** 粘结-滑移单元；沿纵筋的法向，由于与混凝土之间滑移很小，可以忽略，采用位移耦合的方式。

采用理想弹塑性的粘结-滑移本构模型^[16]，不同的桥墩试件，发生滑移的程度不同，对于 **A3** 试件， σ_c 和 δ_c 分别按 **10MPa** 和 **0.1mm** 进行试算(图 9)，并将模拟得到的桥墩滞回曲线与不考虑粘结-滑移得到的滞回曲线进行对比(图 10)。可以看出，钢筋与混凝土之间的滑移关系对模拟滞回曲线的“捏拢”效应有明显影响，同时，在较高的位移延性系数下，由于钢筋与混凝土之间发生明显的滑移，桥墩承载力比不考虑滑移关系时要低。图 9 中 δ 与 σ 分别代表纵筋与混凝土之间的相对滑移量及应力。

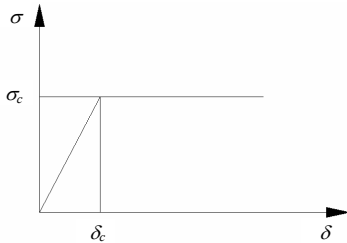


图 9 钢筋与混凝土之间的粘结-滑移关系

Fig.9 The bond-slip relationship between reinforcing steel and concrete

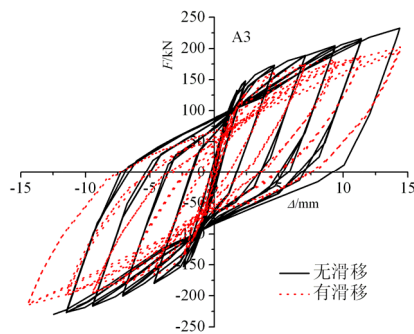


图 10 钢筋与混凝土之间的滑移对滞回曲线的影响

Fig.10 The influence of bond-slip relationship between reinforcing steel and concrete to the hysteretic behavior

2.5 混凝土压碎破坏的控制

ANSYS 中定义的混凝土破坏面，只有在压-压-压分区时，混凝土才会发生压碎破坏，其余均以拉断体现。国内外学者利用 **Solid 65** 单元进行混凝土结构有限元分析时，为了收敛的方便，一般不考虑混凝土的压碎，这就相当于定义的混凝土破坏曲面在压-压-压分区中无限扩大。不考虑混凝土压碎难以准确描述桥墩在试验最终阶段的全部破坏特征，自然难以得到与试验结果吻合的滞回曲线，作者采

用考虑压碎的有限元模型，模拟得到的桥墩滞回曲线，如图 11 所示。

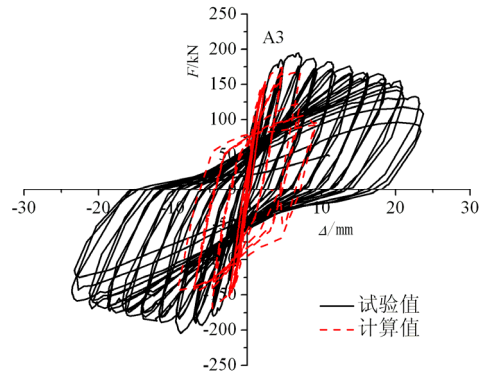


图 11 考虑混凝土压碎破坏对桥墩滞回曲线的影响

Fig.11 The influence of the concrete crushing to the hysteretic behavior

可以看出，当模拟得到的滞回曲线达到极限荷载后，由于混凝土的大量压碎，结构的承载力急剧下降，模拟得到的桥墩延性非常差。这可能是由于 ANSYS 软件中混凝土采用的是弹性断裂压碎模型，当积分点上的应力到达压碎破坏面时，混凝土发生压碎破坏，这意味着材料对单元刚度的贡献完全忽略；而实际情况则是，由于箍筋的有效约束，核心混凝土在极限应力后的软化段非常平缓^[14]，ANSYS 中混凝土的“压碎”模型难以考虑箍筋的约束效应对结构延性的贡献。

不考虑压碎难以准确模拟混凝土的破坏过程，而正常的破坏面又会造成混凝土的过早压碎失效，为充分考虑箍筋对混凝土的约束效应，作者采用扩大的破坏面进行模拟，即在定义混凝土的破坏准则时，把抗压强度提高为 $1.2f_c - 2f_c$ ；对于混凝土的本构关系，仍采用正常的约束混凝土本构关系，同时不考虑应力-应变的下降段。得到了与试验结果较为吻合的滞回曲线，如图 12 所示。

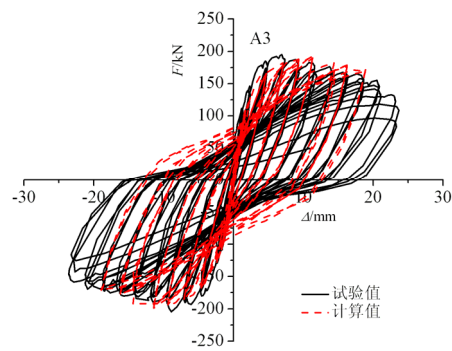


图 12 扩大的混凝土破坏面对滞回曲线的影响

Fig.12 The influence of enlarged failure surface of concrete to the hysteretic behavior

3 桥墩滞回性能模拟的有限元模型改进

在桥墩有限元模型参数敏感性分析的基础上，作者建立了改进的桥墩滞回分析的三维有限元模型。模型中，混凝土采用多线性随动强化模型

(KINH)，同时不考虑应力-应变曲线的下降段，其压碎破坏通过扩大的破坏面控制；纵筋采用多线性随动强化模型以有效体现包辛格效应，且与混凝土之间建立粘结单元，模拟反复荷载下两者之间的粘结-滑移关系。模拟得到的桥墩滞回曲线、骨架曲线及其与试验结果的对比，如图 13 和图 14 所示。

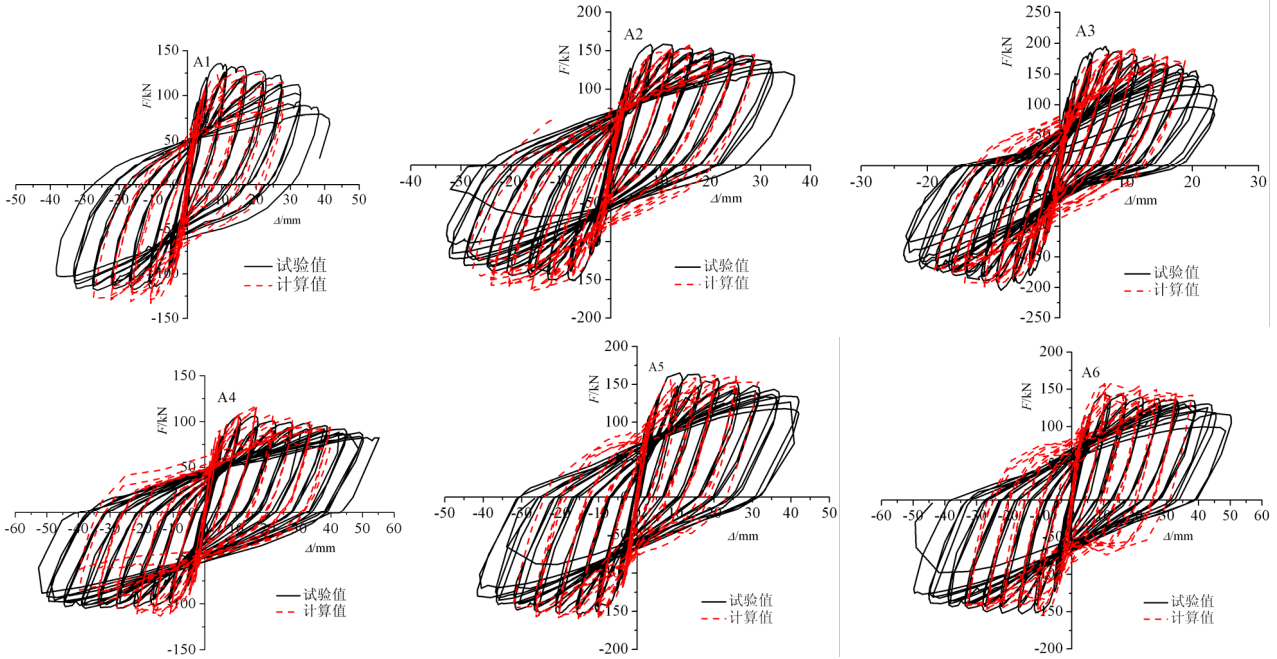


图 13 桥墩滞回曲线的对比

Fig.13 Comparisons of the experimental and simulated hysteretic curves

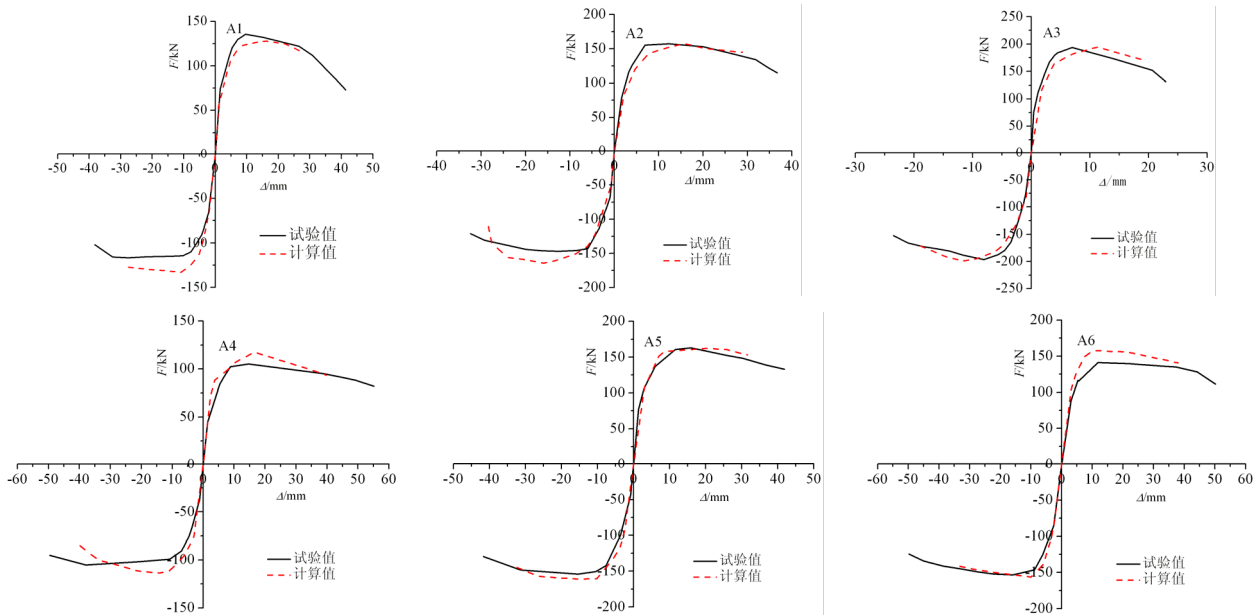


图 14 桥墩骨架曲线的对比

Fig.14 Comparisons of the experimental and simulated skeleton curves

将模拟得到的桥墩滞回曲线同试验结果对比发现，在发生严重破坏前，模拟得到滞回曲线同试验结果吻合很好；在最终破坏阶段，由于混凝土采

用固定裂缝模型，难以有效模拟桥墩剪切主裂缝形成后的剪切滑移，得到的滞回曲线“捏拢”较试验结果差；骨架曲线的计算值与试验值吻合较好，通

过桥墩极限承载力的对比发现(表 2), 计算值比试验值偏高, 但误差在 10%以内。

表 2 桥墩极限承载力的对比

Table.2 Comparisons of ultimate loads of the piers

试件	试验/kN	计算/kN	计算/试验
A1	126	130	1.03
A2	152	161	1.06
A3	195	196	1.01
A4	105	115	1.10
A5	158	162	1.03
A6	147	157	1.07

注: 表中数字为正负方向绝对值的平均值。

4 结论

进行了 6 根呈弯剪破坏形态的钢筋混凝土桥墩低周反复荷载试验, 基于试验结果, 利用 ANSYS 软件建立了桥墩滞回分析的有限元模型, 首先讨论了不同的混凝土剪力传递系数、混凝土受压应力-应变曲线的下降段、纵筋的包辛格效应、钢筋与混凝土之间的粘结-滑移关系以及不同的混凝土破坏面对滞回曲线模拟结果的影响, 在此基础上, 建立了改进的桥墩滞回分析有限元模型。通过与试验结果对比, 初步获得如下认识:

(1) 在所建立的有限元模型中, 混凝土开裂后裂缝剪力传递系数取值越大, 模拟得到的抗剪承载力越高, 但影响不是很明显, 所建立的有限元模型难以有效模拟桥墩最终破坏阶段混凝土的剪切滑移现象。

(2) 混凝土受压应力-应变曲线的下降段会造成软件求解负刚度矩阵的困难, 使得模拟过早结束。

(3) 纵筋的包辛格效应以及与混凝土之间的粘结-滑移关系是造成滞回曲线“捏拢”效应的重要原因, 同时, 由于钢筋与混凝土之间发生滑移, 使得桥墩的侧向承载力降低。

(4) 采用扩大的混凝土压碎破坏面来考虑箍筋约束效应对桥墩延性的贡献, 得到了与试验结果较为吻合的滞回曲线。

(5) 提出的桥墩滞回分析改进模型可以对桥墩滞回曲线、骨架曲线进行较好的模拟分析, 验证了模型的正确性。

参考文献:

[1] Kwan W P, Billington S L. Simulation of structural

concrete under cyclic load [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(12): 1391—1401.

- [2] Cofer W F, Zhang Y, Mclean D I. A comparison of current computer analysis methods for seismic performance of reinforced concrete members [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2002, 38(9): 835—861.
- [3] Lee D H, Elnashai A S. Seismic analysis of RC bridge columns with flexure-shear interaction [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(5): 546—553.
- [4] Kim T H, Lee K M, Yoon C. Inelastic behavior and ductility capacity of reinforced concrete bridge piers under earthquake. II: Numerical validation [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2003, 129(9): 1208—1219.
- [5] Faria R, Pouca N V, Delgado R. Simulation of the cyclic behavior of R/C rectangular hollow section bridge piers via a detailed numerical model [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2004, 8(5): 725—748.
- [6] Lee D H, Choi E, Zi G. Evaluation of earthquake deformation and performance for RC bridge piers [J]. Engineering Structures, 2005, 27(10): 1451—1464.
- [7] Esmaeily A, Xiao Y. Behavior of reinforced concrete columns under variable axial loads: Analysis [J]. ACI Structural Journal, 2005, 102(5): 736—744.
- [8] 司炳君, 孙治国, 艾庆华. Solid65 单元在混凝土结构有限元分析中的应用[J]. 工业建筑, 2007, 37(1): 87—92. Si Bingjun, Sun Zhiguo, Ai Qinghua. Application of Solid65 element in the finite element analysis of concrete structures [J]. Industrial Construction, 2007, 37(1): 87—92. (in Chinese)
- [9] Mirmiran A, Zagers K, Yuan W Q. Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2000, 35(1): 79—96.
- [10] 周学军, 曲慧. 方钢管混凝土框架梁柱节点在低周反复荷载作用下的抗震性能研究[J]. 土木工程学报, 2006, 39(1): 38—42. Zhou Xuejun, Qu Hui. Seismic resistance of bolt-weld joint and all-weld joint of concrete filled square steel tube and steel beam under cyclic load [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(1): 38—42. (in Chinese)
- [11] 宗周红, 葛继平, 杨强跃. 反复荷载作用下方钢管混凝土柱与钢梁连接节点非线性有限元分析[J]. 建筑结构学报, 2006, 27(2): 75—81. Zong Zhouhong, Ge Jiping, Yang Qiangyue. Nonlinear finite element analysis of the concrete filled square steel tubular column to steel beam connections under low-cycle reversed loading [J]. Journal of Building Structures, 2006, 27(2): 75—81. (in Chinese)

(参考文献[12]—[16]转第 186 页)

- [4] 陈务军. 膜结构工程设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 87—102.
Chen Wujun. Design of membrane structure engineering [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005: 87—102. (in Chinese)
- [5] 刘凯, 高维成, 刘宗仁. 索杆膜空间结构协同形态分析[J]. 工程力学, 2007, 24(12): 38—42.
Liu Kai, Gao Weicheng, Liu Zongren. Coordinate form-finding analysis of cable-strut-membrane space structures [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(12): 38—42. (in Chinese)
- [6] 卫东, 沈世钊. 索穹顶中考虑薄膜与索协同工作对结构性能的影响[J]. 空间结构, 2000, 6(2): 24—29.
Wei Dong, Shen Shizhao. Analysis of cable dome with consideration of the joint action of membrane and cable element [J]. Space Structure, 2000, 6(2): 24—29. (in Chinese)
- [7] Li Jin-Jun, Chan Siu-Lai. An integrated analysis of membrane structures with flexible supporting frames [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2004, 40: 529—540.
- [8] 罗斌. 张拉膜结构的非线性分析和织物膜材的拉伸试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2003: 28—30.
Luo Bin. Non-linear analysis of tensile membrane structures and study on tension tests of fabric [D]. Nanjing: Southeast University, 2003: 28—30. (in Chinese)
- [9] 罗斌. 张拉膜结构的非线性分析和织物膜材的拉伸试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2003: 38—42.
Luo Bin. Non-linear analysis of tensile membrane structures and study on tension tests of fabric [D]. Nanjing: Southeast University, 2003: 38—42. (in Chinese)
- [10] 沈世钊, 徐崇宝, 赵臣, 武岳. 悬索结构设计[M]. 第2版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 89—91.
Shen Shizhao, Xu Chongbao, Zhao Chen, Wu Yue. Design of cable structures [M]. 2nd Edition. Beijing: China Architecture & Building Press, 2006: 89—91. (in Chinese)
- [11] 张其林. 索和膜结构[M]. 上海: 同济大学出版社, 2002: 114—134.
Zhang Qilin. Cable and membrane structures [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2002: 114—134. (in Chinese)
- [12] Barnes M R. Form-finding and analysis of pressed nets and membranes [J]. Computer and Structures, 1988, 30(3): 149—166.
- [13] 杨庆山, 姜忆南. 张拉索-膜结构分析与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 65—66.
Yang Qingshan, Jiang Yinan. Analysis and design of tensioned cable-membrane structures [M]. Beijing: Science Press, 2004: 65—66. (in Chinese)
- [14] Pellegrino S, Calladine C R. Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks [J]. International Journal of Solids and Structures, 1986, 22: 409—412.
- [15] Pellegrino S. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix [J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, 30(2): 3025—3036.
- [16] 张志宏, 张明山, 董石麟. 平衡矩阵理论的探讨及一索杆梁杂交空间结构的静力和稳定性分析[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 7—14, 20.
Zhang Zhihong, Zhang Mingshan, Dong Shilin. Discussion on the equilibrium matrix theory and static and stability analysis of a hybrid spatial structure composed of cables, bars and beams [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 7—14, 20. (in Chinese)
- [17] 罗尧治, 董石麟. 索杆张力结构初始预应力分布计算[J]. 建筑结构学报, 2000, 21(5): 59—64.
Luo Yaozhi, Dong Shilin. Calculating of initial prestress for cable-strut tensile structures [J]. Journal of Building Structures, 2000, 21(5): 59—64. (in Chinese)

(上接第 180 页)

- [12] 聂建国, 秦凯, 肖岩. 方钢管混凝土柱节点的试验研究及非线性有限元分析[J]. 工程力学, 2006, 23(11): 99—109.
Nie Jianguo, Qin Kai, Xiao Yan. Experimental investigation and nonlinear finite element analysis on the behavior of concrete-filled square steel tubular column connections [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(11): 99—109. (in Chinese)
- [13] 司炳君, 孙治国, 王东升, 王清湘. 利用 ANSYS 模拟桥墩滞回性能建模方法研究[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(6): 76—79.
Si Bingjun, Sun Zhiguo, Wang Dongsheng, Wang Qingxiang. Modeling methods on simulation of hysteretic behavior of bridge piers based on ANSYS software [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2007, 29(6): 76—79. (in Chinese)
- [14] Mander J B, Priestley M J N, Park R. Theoretical stress-strain model for Confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1988, 114(8): 1804—1826.
- [15] Dodd L L, Restrepo-Posada J I. Model of predicting cyclic behavior of reinforcing steel [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1995, 121(3): 433—445.
- [16] Han T S, Peter H F, Billington S L. Simulation of highly ductile fiber-reinforced cement-based composite components under cyclic loading [J]. ACI Structural Journal, 2003, 100(6): 749—757.