

文章编号: 1007 - 6069(2016) 01 - 0266 - 11

基于 OpenSees 的钢筋混凝土桥墩抗震数值分析模型

孙治国¹ 华承俊² 靳建楠² 王东升²

(1. 防灾科技学院 河北 三河 065201; 2. 大连海事大学 道路与桥梁工程研究所 辽宁 大连 116026)

摘 要: 地震荷载作用下钢筋混凝土桥墩易发生严重破坏, 模拟桥墩在循环荷载作用下的非线性滞回反应是桥梁抗震研究的重要内容。以 8 个发生弯曲破坏的钢筋混凝土桥墩抗震拟静力试验结果为依据, 基于 OpenSees 中的非线性梁柱单元、零长度转动弹簧单元和零长度剪切弹簧单元, 建立了考虑弯曲、粘结滑移和剪切变形的桥墩抗震数值分析模型。将模拟得到的试件滞回曲线、墩顶弯曲、粘结滑移和剪切变形等成分、初始刚度和残余位移与试验结果进行了对比。结果表明, 所建模型对各桥墩的滞回曲线、各变形成分、初始刚度和残余位移有较好的模拟效果。

关键词: 钢筋混凝土桥墩; 数值模型; OpenSees; 弯曲变形; 粘结滑移变形; 剪切变形; 残余位移
中图分类号: TU378 文献标志码: A

Numerical seismic analysis model for reinforced concrete bridge piers based on OpenSees

SUN Zhiguo¹, HUA Chengjun², JIN Jiannan², WANG Dongsheng²

(1. Institute of Disaster Prevention, Hebei Canbe 065201, China; 2. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: Reinforced concrete (RC) bridge piers are vulnerable to seismic effects and simulation of the hysteretic behavior of RC bridge piers is an important issue for seismic design of bridges. Based on 8 seismic quasi-static test results of RC bridge piers failed in flexural mode, the hysteretic analysis model for RC bridge piers was built by OpenSees program. The nonlinear beam-column element, zero-length rotational spring element and zero-length shear spring element were used to model flexural, bond-slip and shear deformation, respectively. The simulated hysteretic curves, flexural, bond-slip, shear deformations, initial stiffness and residual displacement of the pier were compared with test results. It is found that the simulated hysteretic curves, each deformation component, initial stiffness and residual displacement of the pier agree well with test results.

Key words: reinforced concrete bridge pier; numerical model; OpenSees; flexural deformation; bond-slip deformation; shear deformation; residual displacement

引言

强烈地震作用下, 钢筋混凝土桥墩是桥梁结构中易损坏构件, 且对桥梁整体抗震能力至关重要。在轴力和水平反复荷载作用下, 钢筋混凝土桥墩的总侧向位移由墩身的弯曲变形、剪切变形以及纵筋在底座中的粘结滑移变形组成^[1-4]。且低周反复加载试验表明, 纵筋在底座中的粘结滑移引起的附加变形最大可达墩顶

收稿日期: 2015 - 01 - 22; 修订日期: 2015 - 08 - 21

基金项目: 国家自然科学基金(51008041, 51178071), 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET - 12 - 0751), 中国博士后科学基金(2013M540226), 辽宁省教育厅科学研究一般项目(L2014207)

作者简介: 孙治国(1980 -), 男, 博士, 助理研究员, 主要从事桥梁与结构抗震研究. E-mail: szg - 1999@163.com

总变形的 30% ~ 40% 以上^[1-4], 同时对于剪跨比较小的钢筋混凝土构件, 若数值模型忽略非线性剪切效应将会对试件捏拢效应、强度及刚度退化等产生显著影响, 并导致构件的非线性分布特征出现偏差^[5]。纤维模型能很好的模拟构件的弯曲变形和轴向变形, 但忽略了钢筋粘结滑移和剪切变形的影响, 限制了其应用范围。因此, 合理考虑桥墩的各变形成分及各成分间的有效耦合是建立桥墩抗震数值分析模型的关键^[5-9]。

目前, 国外学者对钢筋混凝土墩柱滞回性能的模拟已开展了较多的研究工作, 初步建立了考虑试件弯曲、剪切及纵筋粘结滑移的滞回分析模型^[3, 5-9], 但模型涉及的剪切与纵筋粘结滑移成分计算, 以及各成分间的有效耦合问题尚未很好解决。从我国目前开展的研究来看, 还主要限于对试件弯曲成分的模拟, 对试件剪切及纵筋粘结滑移的考虑尚不成熟。

为进一步推动基于 OpenSees 分析平台的钢筋混凝土结构抗震性能数值模拟技术的发展, 本文在纤维梁柱模型的基础上^[10-13], 采用 Bond_Slip 材料^[14] 并通过与零长度转动弹簧单元配合使用, 实现对纵筋粘结滑移成分的模拟; 基于修正的压力场理论(modified compression field theory, MCFT), 并结合零长度剪切弹簧单元, 实现试件非线性剪切成分的模拟^[9], 建立了考虑各变形成分的桥墩抗震非线性滞回分析模型, 并以司炳君等^[15]完成的 3 个试验以及 Lehman^[1]的 5 个试验结果为依据, 通过对试件滞回曲线以及各变形成分的对比如分析, 验证了模型的准确性。

1 实验情况介绍

1.1 司炳君试验

以司炳君等完成的 3 个钢筋混凝土桥墩低周反复荷载试验结果作为对比。模型桥墩编号分别为 A10, A12, A14, 各模型均为圆形截面, 直径 400mm, 有效高度 2400mm, 剪跨比为 6.0, 试件轴压比约为 0.19。各试件最终均发生弯曲破坏形态, 关于试件设计及结果的详细介绍见文献[15]。

1.2 Lehman 试验模型

Lehman 完成了一系列圆形截面桥墩模型的抗震拟静力试验, 试验结果除滞回曲线外, 还提供了各位移幅值下测量得到的试件弯曲变形、纵筋粘结滑移变形及剪切变形成分。本文选用 407、415、430、815 和 1015 几个试件作为对比。各试件直径均为 610mm, 剪跨比分别为 4、8、10 不等, 试件轴压比均为 0.1。各试件最终均发生弯曲破坏, 详细情况见文献[1]。需要说明, 由于试验装置原因, Lehman 试验获得的荷载-位移滞回曲线需处理试验装置带来的 $P-\Delta$ 效应影响, 具体见文献[16], 本文不再赘述。

2 模型建立

2.1 混凝土本构及钢筋材料模型

混凝土数值模型采用 OpenSees 中的 Concrete01, 该材料基于 Kent-Scott-Park^[17] 混凝土单轴受压应力-应变关系, 模型骨架曲线由上升段二次曲线、下降直线段和水平直线组成, 如图 1 所示。其中 k 表示箍筋约束引起的混凝土强度增大系数; ε_0 表示无约束混凝土峰值应变值, 取为 0.002; ε_u 为约束混凝土极限压应变值; f_c' 为混凝土圆柱体抗压强度。该模型能反应约束混凝土随箍筋配置产生的强度提高以及峰值应变增大的特点。

钢筋材料采用 OpenSees 中的 Steel02 钢筋模型, 其应力应变模型是基于 Giuffre-Menegotto-Pinto 模型, 骨架曲线为双折线, 如图 2 所示。其中 E_0 为初始刚度, f_y 为屈服强度, b 为钢筋硬化率, 该模型可较好的反映钢筋的包辛格效应。

2.2 滑移材料

钢筋在底座中的粘结滑移模型采用 Zhao^[14] 提出的 Bond_SP01, 该模型基于钢筋应力及末端的滑移量测定, 能很好的对钢筋粘结滑移变形进行模拟。

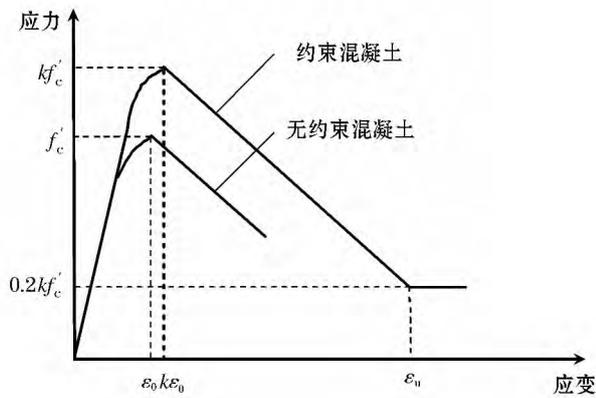


图1 混凝土应力-应变关系

Fig. 1 Stress-strain relationship of concrete

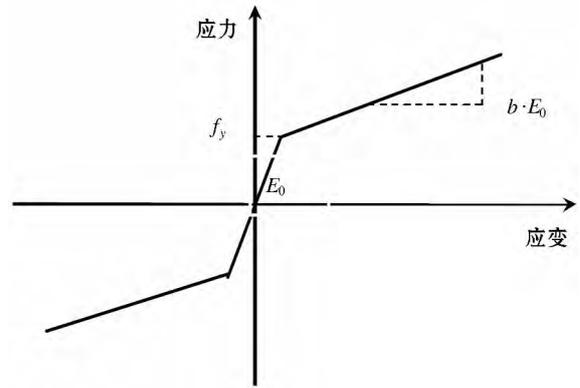


图2 钢筋应力-应变骨架曲线

Fig. 2 Skeleton curve of bar stress-stain relationship

粘结滑移骨架曲线如图3所示,曲线分为直线弹性段和屈服曲线段。钢筋滑移材料模型由 $K, f_y, S_y, f_u, S_u, b, R$ 等参数控制,其中 K 为钢筋弹性模量 f_y 为钢筋屈服应力 S_y 为屈服滑移量 f_u 为极限应力 S_u 为极限滑移量 b 为刚度折减系数 R 为钢筋在循环荷载下的捏缩系数。其中 S_y 根据拉拔实验数据拟合而得到,但要确保钢筋有足够的锚固长度 S_y 计算公式如下:

$$S_y = 2.54 \left[\frac{d_b}{8437} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} (2\alpha + 1) \right]^{1/\alpha} + 0.34 \tag{1}$$

式中 d_b 为钢筋直径 α 是局部粘结滑移参数,根据 CEB-FIP Model Code 90 α 取 0.4。另根据经验计算可得 $S_u = (30 \sim 40) S_y$ b 取 0.3 ~ 0.5 R 取 0.5 ~ 1.0。Bond_SP01 模型的滞回规则如图4所示。

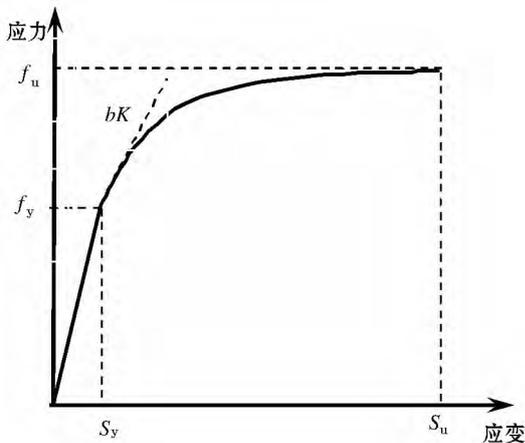


图3 Bond_SP01 模型钢筋应力-滑移骨架曲线

Fig. 3 Skeleton curve of bar stress-slip in Bond_SP01 model

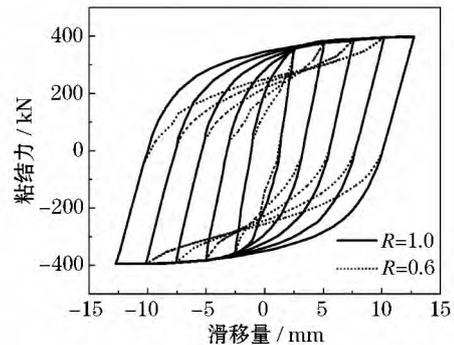


图4 Bond_SP01 模型滞回规则

Fig. 4 Hysteretic rules in Bond_SP01 model

2.3 非线性剪切本构模型

采用 OpenSees 中的 hysteretic material 单轴本构模型^[18]定义剪切恢复力特征,剪切力 V -剪切位移 Δ 骨架曲线如图5所示。其滞回规则已由程序设定,用户可以选择卸载刚度退化系数(基于延性系数),并可通过定义卸载过程中的变形捏缩系数和力捏缩系数以综合考虑捏缩效应。其主要特征参数有3个点,其中 (Δ_{cr}, V_{cr}) 点对应的是桥墩剪切开裂时的剪切位移与荷载, (Δ_y, V_y) 点对应的是桥墩极限剪切位移与荷载, V_m 为大于纤维模型计算的极限荷载值,自初始加载至 (Δ_y, V_y) 点的剪切力-剪切位移关系可按照 MCFT 理论计算,自 (Δ_y, V_y) 点至 (Δ_m, V_m) 点的刚度 $K1$ 取值初始刚度 K_0 的 $1/100$ ^[9]。强调一点,孙治国等^[9]的研究表明,由于串联模型中较小的极限荷载确定了整个模型的极限荷载,对弯剪破坏桥墩试件,应以纤维模型计算的极限荷载定义剪切力-剪切位移关系的极限荷载,本文模拟试件均为弯曲破坏试件,仍按照纤维模型计算剪切极限荷载值可能导致模型中桥墩发生弯剪破坏,因此应取大于纤维模型计算的极限荷载值,以有效考虑

弯曲与剪切变形间的耦合问题。

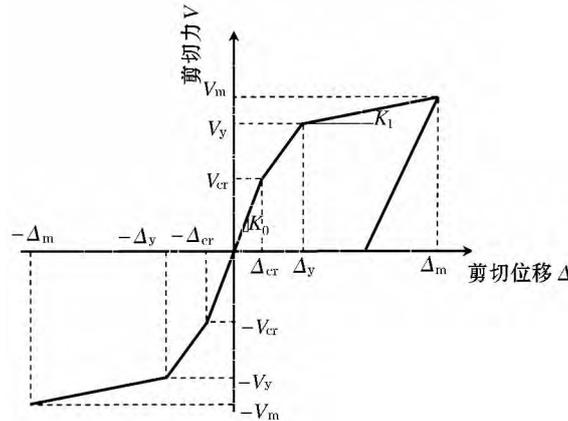


图 5 剪力 - 剪切位移的骨架曲线

Fig. 5 Skeleton curve of shear force - shear displacement

2.4 数值分析模型

数值分析模型由非线性梁柱单元、零长度转动弹簧单元和零长度剪切弹簧单元组成。非线性梁柱单元 (nonlinear beam - column element) 基于有限单元柔度法理论,用于模拟普通钢筋混凝土桥墩的弯曲变形,单元截面基于纤维模型进行划分,并允许刚度沿杆长变化。非线性梁柱单元对于截面软化行为,构件反应由单元积分点控制。通过确定单元控制截面各自的截面抗力和截面刚度矩阵,按照 Gauss - Lobatto 积分方法沿杆长积分计算出整个单元的抗力与切线刚度矩阵。

在桥墩底部添加一个零长度转动弹簧单元 (zero - length section element) 用于模拟底部纵筋粘结滑移影响,赋予零长度转动弹簧单元于 Bond_SP01 Material,并基于与非线性梁柱单元相同的截面尺寸与截面划分,唯一不同的是零长度转动弹簧单元截面内的钢筋材料使用 Bond_SP01。零长度转动弹簧单元使用截面的弯矩与曲率关系代替单元的力与变形关系。零长度截面单元由两个坐标相同的节点定义,虽然在建模时是零长度,但在计算这种构件变形时却是取其长度为单位长度。计算时将零长度转动弹簧单元的弯曲曲率乘以墩高得到构件的粘结滑移变形。

在桥墩顶部添加一个零长度剪切弹簧单元 (zero - length element) 用于模拟剪切影响,赋予零长度剪切弹簧单元三个方向不同的材料,其中水平加载方向赋予经 MCFT 理论计算得到的 Hysteretic Material,其余两个方向赋予弹性模量为无穷大的材料,以限制住这两个方向的变形,以此可以只记录到零长度剪切弹簧单元沿侧向加载方向的剪切变形。

数值分析模型如图 6 所示。其中,节点 1 与节点 2,节点 3 与节点 4 的初始坐标位置相同,节点 1 与节点 2 之间为零长度剪切弹簧单元,节点 3 与节点 4 之间为零长度转动弹簧单元。节点 2 与节点 3 之间为非线性梁柱单元。

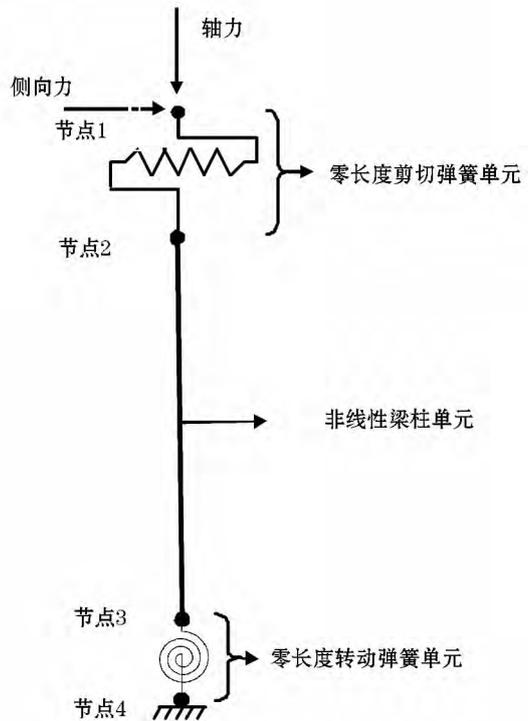


图 6 数值分析模型

Fig. 6 Numerical analysis model

3 模型分析及与试验结果对比

3.1 滞回曲线

司炳君^[15]及 Lehman 等^[1]完成的桥墩抗震拟静力试验中,提供了各试件滞回曲线试验结果。分别建立了基于非线性梁柱单元(仅考虑弯曲变形)的数值模型 1,基于非线性梁柱单元和零长度转动弹簧单元(考虑

弯曲和粘结滑移变形)的数值模型2,以及基于非线性梁柱单元、零长度转动弹簧单元和零长度剪切弹簧单元(考虑弯曲、粘结滑移和剪切变形)的数值模型3,各个模型介绍见表1所示。通过对司炳君和Lehman完成的8个桥墩试件滞回曲线的模拟分析进行对比,各试件滞回曲线的模拟值与试验结果的对比如图7所示。

各模型模拟结果的差异主要体现在试件刚度以及残余位移的差别上。定义各滞回曲线首次加载的极限荷载与位移之比为初始刚度,则各模型计算的滞回曲线初始刚度及与试验结果的对比见表2所示,同时,各模型计算的试件残余位移及与试验结果的对比如图8所示。

对比各模型滞回曲线,总体上看,模型1、模型2、模型3与试验结果的滞回曲线吻合是较好的,这主要是由于本文所选试件主要为弯曲破坏控制,纤维梁柱单元具有足够的模拟精度。各模型模拟结果的差别主要体现在以下几个方面:

首先是试件初始刚度的模拟,可以看出,由于考虑了纵筋粘结滑移成分的影响,模型2模拟的试件初始刚度略小于模型1,且与试验结果更为接近。模型3与模型2相比,试件初始刚度相差不大,这主要是由于剪切变形在本文模拟试件中所占比重较小,且在弹性阶段,弹性剪切刚度远大于抗弯刚度。

对比各模型对试件残余位移的模拟结果,总体上看,各模型模拟的试件残余位移差别不大,且模型3与试验结果更为接近。模型2与模型3的残余位移差别较小,主要因为弯曲破坏构件的剪切成分较小。模型1的残余位移大于模型3,对比剪跨

表1 各模型介绍

Table 1 Introduction of analysis models

模型1	模型2	模型3
仅考虑弯曲	考虑弯曲、滑移	考虑弯曲、滑移、剪切

比同为4.0的407(配筋率为0.75%)、415(配筋率为1.5%)、430(配筋率为3.0%)试件,可发现,配筋率最大的430试件残余位移差别最大;而配筋率最小的407试件,模型1与模型3模拟的残余位移差别最小。相同配筋率时,对比剪跨比分别为4.0、8.0和10.0的415、815和1015试件,可以发现,剪跨比为越大,各模型与试验结果更加接近,这主要是因为随着剪跨比的增大,滑移和剪切成分所占比例减小所致。

表2 各模型计算初始刚度及与试验结果的对比

Table 2 Comparison of initial stiffnesses between simulated and tested results

试件编号	试验值	kN/mm					
		模型1		模型2		模型3	
		刚度	模型1/试验	刚度值	模型2/试验	刚度值	模型3/试验
A10	4.606 8	5.360 2	1.163 5	5.109 2	1.109 1	4.861 1	1.055 2
A12	5.428 4	5.812 3	1.070 7	5.487 1	1.010 8	5.451 5	1.004 2
A14	5.866 0	5.859 1	0.998 8	5.428 6	0.925 4	5.411 9	0.922 6
407	26.600 0	32.526 7	1.222 8	31.576 1	1.187 1	30.661 4	1.152 7
415	31.032	35.843 0	1.155	34.319 3	1.105 9	33.930	1.093 4
430	33.255 8	38.233 1	1.1497	35.187 3	1.0581	35.086 3	1.055 0
815	5.371 9	5.607 81	1.043 9	5.513 68	1.026 4	5.485 3	1.021 1
1015	2.778 7	2.844 9	1.023 8	2.805 42	1.009 6	2.762 3	0.994 1

3.2 位移成分

Lehman完成的桥墩抗震拟静力试验中,提供了各试件在不同位移下的弯曲、剪切及滑移引起的墩顶变形成分。本文模型中,各试件在不同位移下的各变形成分组成及与试验结果的对比如图9所示。总体来看,模型模拟结果与试验结果吻合较好,除430和1015外,对其余3个试件,剪切变形成分无论是数值还是试验结果,基本都在3%以内。对弯曲和滑移成分,数值模拟结果与试验结果有一定的差异,但误差基本在15%以内。造成误差的原因可能归结为,首先是数值模型本身存在一定的局限性,其二,试验过程中各位移成分的测量也会产生明显的误差。

首先关注各试件粘结滑移及剪切成分所占比例,试验结果及数值模拟结果均表明,对本文弯曲破坏的桥墩试件,粘结滑移成分所占墩顶总变形的比例较大,一般在20%~50%之间;剪切变形所占比重基本在3%以内,因此对弯曲破坏的桥墩试件,剪切变形影响较小,而粘结滑移成分不可忽略。

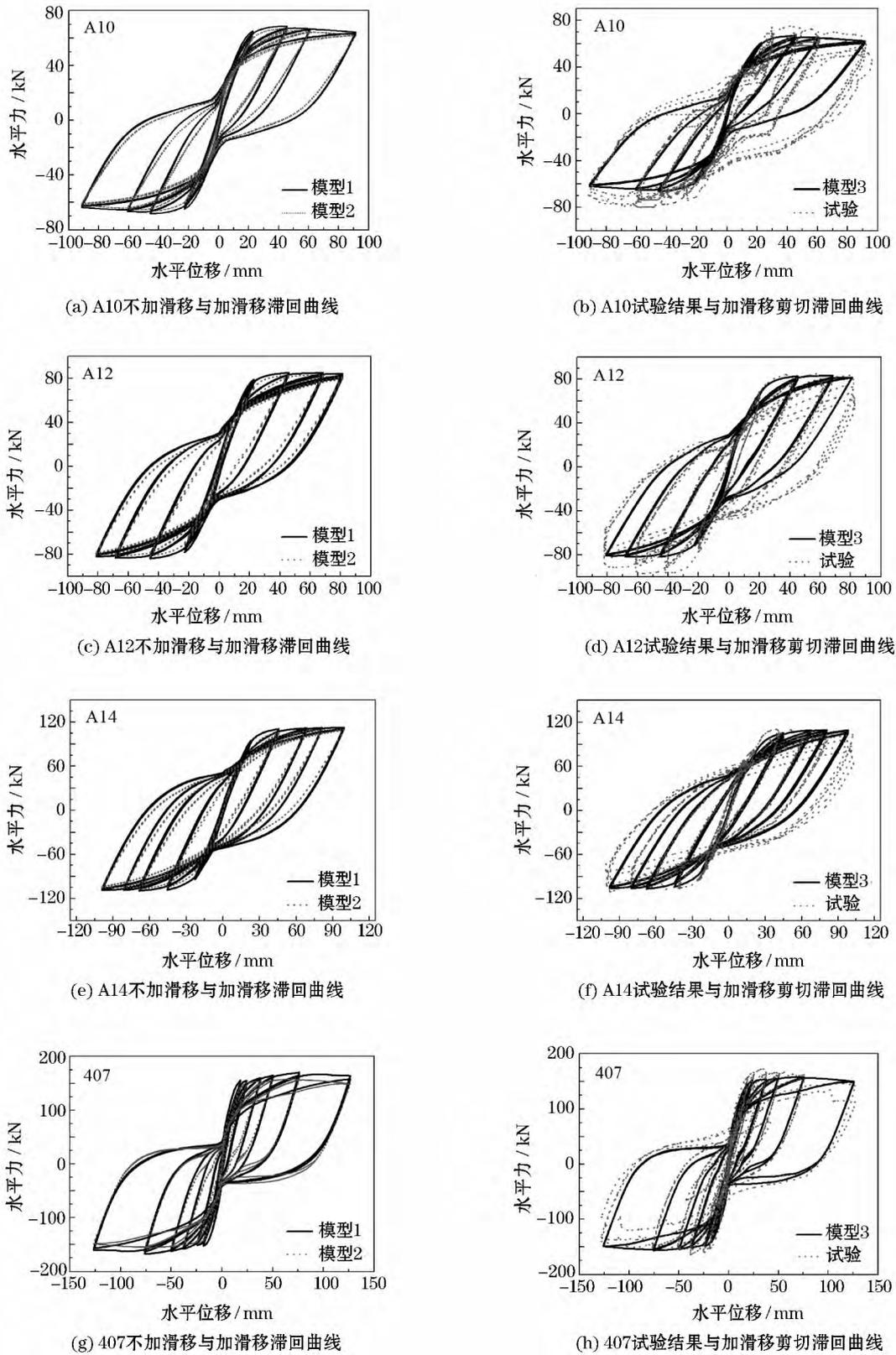
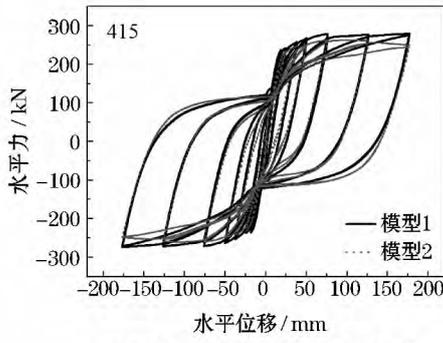
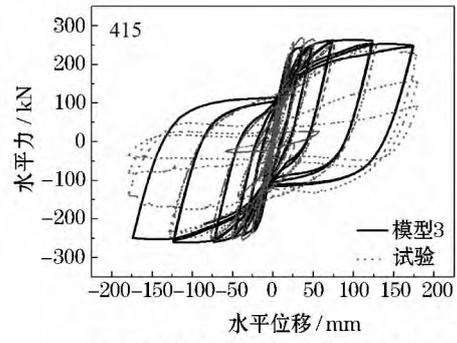


图 7 模拟与试验滞回曲线的对比

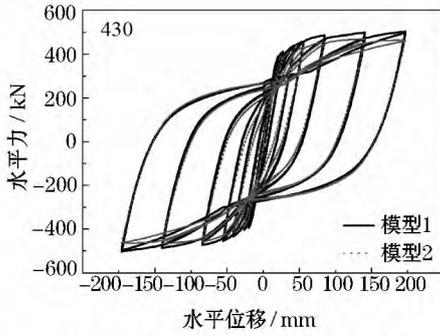
Fig. 7 Comparison of hysteretic curves between simulated and tested results



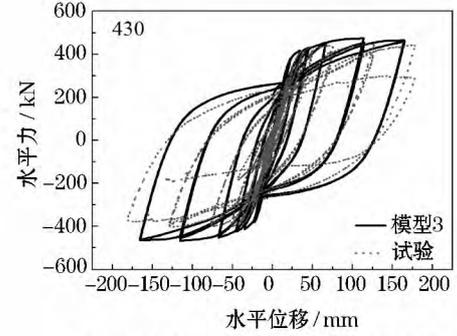
(i) 415不加滑移与加滑移滞回曲线



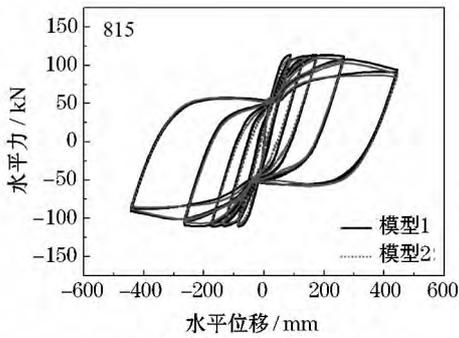
(j) 415试验结果与加滑移剪切滞回曲线



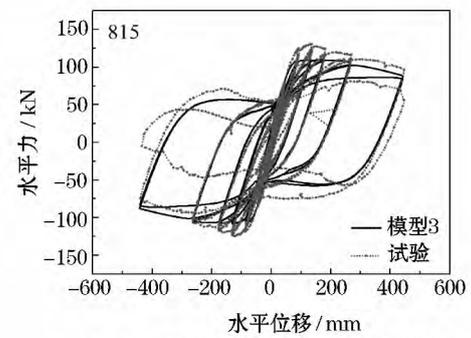
(k) 430不加滑移与加滑移滞回曲线



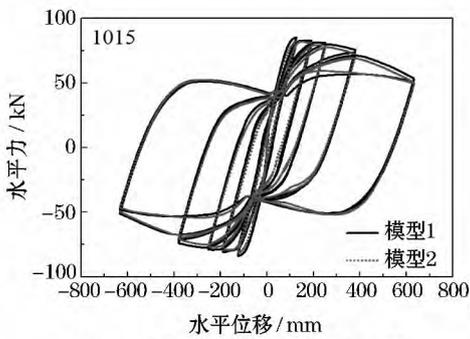
(l) 430试验结果与加滑移剪切滞回曲线



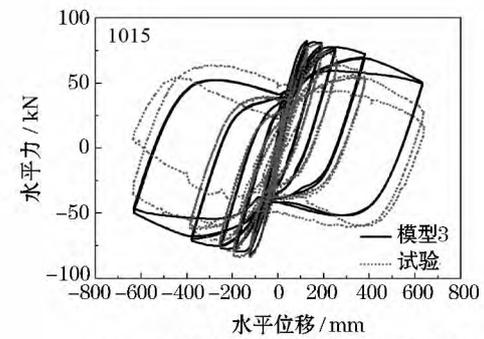
(m) 815不加滑移与加滑移滞回曲线



(n) 815试验结果与加滑移剪切滞回曲线



(o) 1015不加滑移与加滑移滞回曲线



(p) 1015试验结果与加滑移剪切滞回曲线

图7 续

Fig.7 Continued

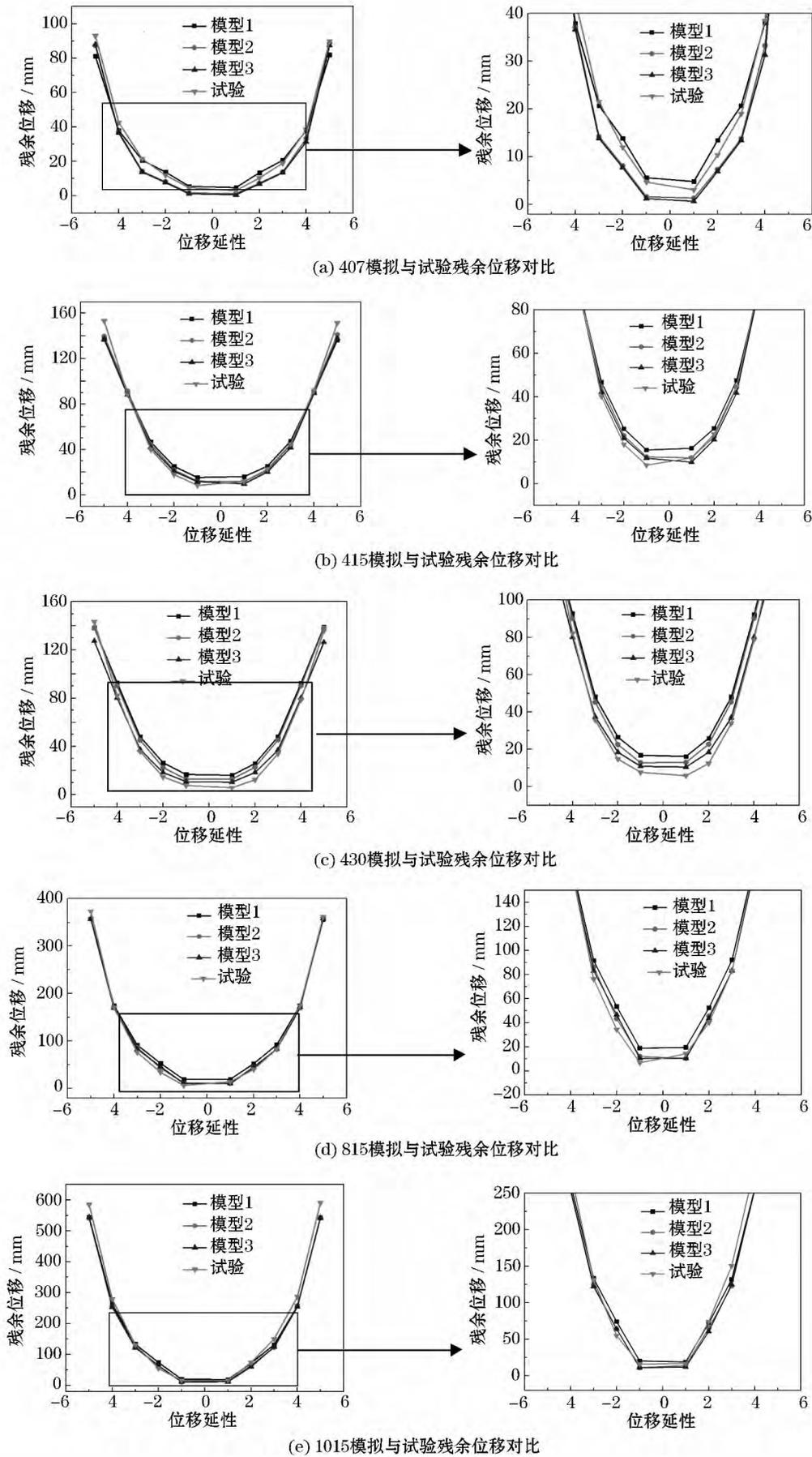


图 8 模拟与试验残余位移对比

Fig. 8 Comparisons of residual displacement between simulated and tested results

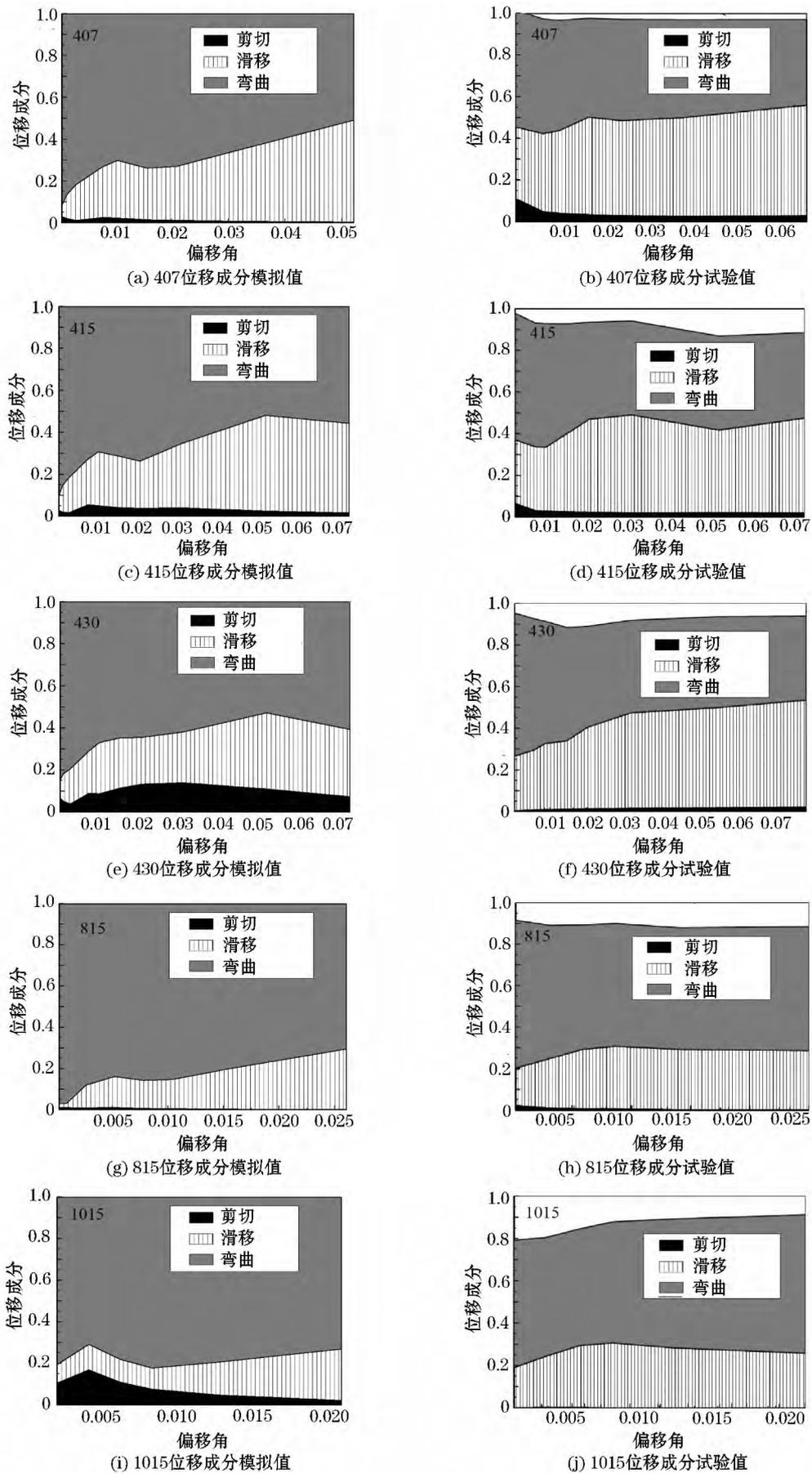


图9 位移成分

Fig.9 Displacement components

407、415、和 430 试件的截面尺寸和墩高相同,纵筋配筋率依次增大,试验结果表明,随着纵筋配筋率越大,粘结滑移成分所占比重由 407 试件的 45% 减小到 430 试件的 35% 左右。数值模拟结果也显示出同样的变化趋势。

415、815 和 1015 试件除剪跨比逐渐增加外,其余设计参数均相同。试验及数值模拟结果均表明,墩高越高,粘结滑移成分所占比例越小。试验结果显示,415 试件粘结滑移所占比例约为 40%,而 1015 试件则降低为 22% 左右;另外,数值模拟及试验结果均表明,粘结滑移成分在加载初期较小,随着加载位移的增大,滑移成分略有增加。

4 结论

基于 OpenSees 数值平台建立了考虑试件弯曲、粘结滑移和剪切变形成分的桥墩抗震数值分析模型,并通过与 8 个弯曲破坏桥墩拟静力试验结果的对比,对分析模型进行了验证,主要结论为:

(1) 数值模拟得到的试件滞回曲线以及各变形成分等与试验结果较为相近,验证了数值模型的准确性。

(2) 对弯曲破坏桥墩试件,不同模型对墩柱滞回性能影响主要体现在试件初始刚度和残余位移上,考虑钢筋的粘结滑移效应后与试验结果更为接近,能更好的模拟墩柱的初始刚度以及残余位移。

(3) 通过对各位移成分的分析可知,随着纵筋配筋率的增大,粘结滑移成分所占比重呈减小趋势;且墩高越高,粘结滑移成分比例越小;随着加载位移的增大,粘结滑移成分的比重有所增加。

参考文献

- [1] LEHMAO D E, MOEHLE J P. Seismic performance of well - confined concrete bridge columns [R]. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1998.
- [2] SEZEN H, MOEHLE J P. Seismic tests of concrete columns with light transverse reinforcement [J]. ACI Structural Journal, 2006, 103(6): 842 - 849.
- [3] SETZLER E J, SEZEN H. Model for the lateral behavior of reinforced concrete columns including shear deformations [J]. Earthquake Spectra, 2008, 24(2): 493 - 511.
- [4] 李贵乾. 钢筋混凝土桥墩抗震性能试验研究及数值分析[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2010.
LI Guiqian. Experimental study and numerical analysis on seismic performance of reinforced concrete bridge columns [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2010.
- [5] CERESA P, PETRINI L, PINHO R. Flexure - shear fiber beam - column elements for modeling frame structures under seismic loading - state of the art [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2007, 11(S1): 46 - 88.
- [6] LEE D H, EINASHAI A S. Seismic analysis of RC bridge columns with flexure - shear interaction [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(5): 546 - 553.
- [7] GHANNOUM W M, MOEHLE J P. Rotation - based shear failure model for lightly confined RC columns [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2012, 138(10): 1267 - 1278.
- [8] ELWOOD K J. Modelling failures in existing reinforced concrete columns [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2004, 31(5): 846 - 859.
- [9] 孙治国, 王东升, 李宏男 等. 钢筋混凝土桥墩弯剪数值分析模型[J]. 计算力学学报, 2013, 30(2): 249 - 254.
SUN Zhiguo, WANG Dongsheng, LI Hongnan. Flexural - shear analysis model for reinforced concrete bridge piers [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2013, 30(2): 249 - 254.
- [10] 孙泽阳, 吴刚, 吴智深 等. 钢 - 连续纤维复合筋增强混凝土柱抗震性能数值分析[J]. 土木工程学报, 2012, 45(5): 93 - 103.
SUN Zeyang, WU Gang, WU Zhishen. Numerical study on seismic performance of concrete columns reinforced by steel - FRP composite bars [J]. China civil engineering journal, 2012, 45(5): 93 - 103.
- [11] 王震宇, 王代玉, 吕大刚. 高轴压比 CFRP 约束钢筋混凝土圆柱抗震性能试验与有限元分析[J]. 土木工程学报, 2011, 44(10): 1 - 8.
WANG Zhenyu, WANG Daiyu, LYU Dagang. Experiment and finite element analysis of the seismic behavior of CFRP - confined RC circular columns with high axial compression ratio [J]. China civil engineering journal, 2011, 44(10): 1 - 8.
- [12] 李贵乾, 郑星, 高波. 基于 OpenSees 的钢筋混凝土桥墩拟静力试验数值分析[J]. 世界地震工程, 2011, 27(1): 110 - 114.
LI Guiqian, ZHENG Gang, GAO Bo. Numerical analysis for pseudo - static tests of reinforced concrete bridge columns based on OpenSees [J]. World earthquake engineering, 2011, 27(1): 110 - 114.
- [13] 王瑾, 蔡新江, 田石柱. 基于 OpenSees 的 CFRP 加固 RC 短柱抗震性能数值模拟[J]. 世界地震工程, 2009, 25(4): 108 - 111.
WANG Jin, CAI Xinjiang, TIAN Shizhu. Numerical simulation on seismic behavior of CFRP retrofitted RC short column based on OpenSees [J]. World earthquake engineering, 2009, 25(4): 108 - 111.
- [14] Zhao J, Sritharan S. Modeling of strain penetration effects in fiber - based analysis of reinforced concrete structures [J]. ACI Structural Journal,

- 2007, 104(2): 133 - 141.
- [15] 司炳君, 李宏男, 王东升, 等. 基于位移设计的钢筋混凝土桥墩抗震性能试验研究(I): 拟静力试验 [J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(1): 123 - 129.
- SI Bingjun, LI Hongnan, WANG Dongsheng. Experimental evaluation of the seismic performance of reinforced concrete bridge piers designed on the basis of displacement (I): Quasi - static test [J]. Journal of earthquake engineering and engineering vibration, 2008, 28(1): 123 - 129.
- [16] 孙治国, 王东升, 杜修力, 等. 钢筋混凝土桥墩塑性铰区约束箍筋用量研究 [J]. 中国公路学报, 2010, 23(3): 48 - 57.
- SUN Zhiguo, WANG Dongsheng, SI Bingjun, et al. Research on amount of confining reinforcement in potential plastic hinge regions of RC bridge columns [J]. China Journal of Highway and Transport, 2010, 23(3): 48 - 57.
- [17] KENT D C, PARK R. Flexural members with confined concrete [J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(7): 1969 - 1990.
- [18] MAZZONI S, MCKENNA F, SCOTT M H. OpenSees users manual [R]. PEER, University of California, Berkeley, 2004.