

# 统计意义一致的弹塑性设计位移谱

王东升<sup>\*1,2</sup>, 李宏男<sup>1</sup>, 王国新<sup>1</sup>

(1.大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024;

2.大连海事大学 道路与桥梁工程研究所, 辽宁 大连 116026)

**摘要:** 在统计意义上设计反应谱通常表示多条地震波反应结果的平均,利用等延性强度折减系数谱对弹性设计位移谱进行折减间接建立的弹塑性设计位移谱,在这方面与弹性设计位移谱并不能很好对应.为此基于3类场地各20条地震波的统计分析,研究了利用等延性强度折减系数谱间接建立的弹塑性位移谱与统计平均的弹塑性位移谱的偏差.结果发现前者会导致偏于危险的结果,特别是对软弱场地和位移延性系数大于4时.通过对国内外学者建议的6组等延性强度折减系数谱的比较分析,以精度较高的Vidic等建议的强度折减系数谱为准,并在间接方法中引入与位移延性系数、场地条件及结构周期相关的修正系数,建议了与弹性设计位移谱统计意义一致的弹塑性设计位移谱.

**关键词:** 基于位移抗震设计;弹塑性设计位移谱;强度折减系数谱;位移延性系数;场地条件

**中图分类号:** P315.9 **文献标识码:** A

## 0 引言

近几次城市破坏性地震造成了巨额的经济损失,使人们认识到基于生命安全性的抗震设计不能满足保护工程结构实现多种功能的要求,从而提出了基于性能的抗震设计思想<sup>[1,2]</sup>.在传统的考虑强度的设计中,位移更能反映结构在强烈地震作用下的非线性反应性态,以位移作为设计目标,可以很好地控制结构在地震时的功能状态,因此基于位移的抗震设计方法得到了较大发展<sup>[3]</sup>.

与传统结构基于强度的抗震设计中,以弹性加速度谱表示地震需求或输入不同,在基于位移的抗震设计中,表示地震需求较为方便的方式是采用弹塑性位移谱<sup>[4]</sup>或是采用将弹塑性位移谱的谱位移和对应的谱加速度分别作为横纵坐标画在同一张图上得到的ADRS谱<sup>[5~7]</sup>,其中后者构成了结构基于位移抗震设计的改进能力谱法的重要基础.

目前弹塑性位移谱的建立主要是基于等延性的强度折减系数谱通过弹性位移谱间接得到,即

$$S_{d,p} = \frac{S_{d,e}}{R(\_, T)} \quad (1)$$

式中:  $S_{d,p}$ 表示弹塑性位移谱;  $S_{d,e}$ 表示弹性位移谱;  $R(\_, T)$ 表示等延性强度折减系数谱;  $\_$ 为位移延性系数,假设为定值.

利用式(1)由弹性设计位移谱建立弹塑性设计位移谱存在一个统计意义上的一致问题.因为设计反应谱通常采用多条地震波反应结果的统计平均值,这样式(1)中的等延性强度折减系数谱  $R(\_, T)$ 在物理意义上就应该表示多条地震波统计平均的弹性位移谱与统计平均的弹塑性位移谱之比(乘以定值 $\_$ ),而事实上目前建议的  $R(\_, T)$ 大都表示多条地震波的弹性位移谱和弹塑性位移谱之比(乘以定值 $\_$ )的统计平均<sup>[8]</sup>,显然二者物理意义有所不同.

本文首先给出统计意义一致的利用等延性强度折减系数谱和弹性设计位移谱建立弹塑性设计位移谱的数学模型.其次基于不同场地各20条地震波的统计分析结果,研究利用等延性强度折减系数谱间接建立弹塑性设计位移谱的偏差.最

收稿日期: 2004-12-15; 修回日期: 2005-12-10.

基金项目: 国家杰出青年基金资助项目(50025823); 国家自然科学基金青年基金资助项目(50308027); 中国博士后基金资助项目.

作者简介: 王东升\*(1974-),男,博士,副教授; 李宏男(1957-),男,博士,长江学者特聘教授,博士生导师.

后通过引入修正系数,建议统计意义一致的弹塑性设计位移谱.

## 1 统计意义一致的弹塑性设计位移谱

在地震波  $i$  作用下,单自由度系统弹性和弹塑性反应的最大位移可表示为如下关系(参考图 1):

$$S_{d,e}^{(i)} / S_{d,p}^{(i)} = R^{(i)} / \underline{\quad} \quad (2)$$

式中:  $R^{(i)}$  为在第  $i$  条地震波作用下系统的强度折减系数,  $R^{(i)} = F_e^{(i)} / F_y$ ,  $F_e^{(i)}$  为系统弹性反应地震力,  $F_y$  为系统的屈服力;  $\underline{\quad}$  为位移延性系数,假设为定值. 式(2)从谱的角度考虑表示了地震波  $i$  的弹性位移谱  $S_{d,e}^{(i)}$ 、弹塑性位移谱  $S_{d,p}^{(i)}$  和等延性系数的强度折减系数谱  $R^{(i)}$  的关系.

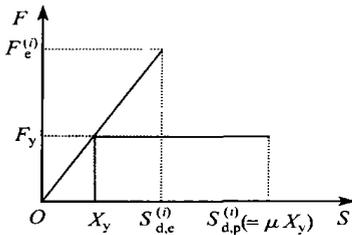


图 1 单自由度系统弹性和弹塑性位移关系

Fig. 1 Relationship of elastic and elastic-plastic displacements for SDOF system

设计反应谱通常采用多条地震波反应结果的平均值,统计上可用数学期望表示. 将式(2)中  $S_{d,e}^{(i)}$  移至右侧,并在两端取数学期望,有

$$E(S_{d,p}^{(i)}) = \underline{\quad} E(S_{d,e}^{(i)} / R^{(i)}) \quad (3)$$

记  $S_{d,p} = E(S_{d,p}^{(i)})$  表示弹塑性设计位移谱,  $S_{d,e} = E(S_{d,e}^{(i)})$  表示弹性设计位移谱,  $R = E(S_{d,e}^{(i)}) / E(S_{d,p}^{(i)})$  表示折减系数谱,则由式(3)有

$$\bar{S}_{d,p} = \frac{S_{d,e}}{R} \quad (4)$$

从式(3)到式(4)看似简单的数学变换,却给出了建立弹塑性设计位移谱的统计一致方法,其核心问题是计算  $R$ , 表示统计平均的弹性位移谱与统计平均的折减了的弹性位移谱之比. 注意到  $R$  的计算为比值形式,位移谱与加速度谱相差的  $k^2$  因子项可以约去. 进一步它还可以以加速度谱、屈服强度  $Z$  谱等比值形式定义.

目前仅有 Riddell 等<sup>[9-10]</sup>采用上述过程建立弹塑性设计谱,给出的是 Newmark-Hall 的三联谱<sup>[11]</sup>. Newmark-Hall 的三联谱用于结构抗震设计的困难在于 PGD 估计上,它受强震记录处理影

响较大,统计离散性远大于 PGA. 随着数字强震记录大量获得,上述问题有望得到改善.

因统计平均的等延性强度折减系数谱已有了大量研究成果,实际建立弹塑性设计位移谱比较简单的方式是认为

$$R = E(R^{(i)}) \quad (5)$$

显然式(5)左右两端表示的物理意义有所不同. 一些学者注意到上述问题,吕西林等<sup>[12]</sup>在采用等强度折减系数延性需求谱建构弹塑性位移谱时,就取地震波的平均弹性加速度反应谱来确定系统的屈服力. 等强度折减系数的延性需求谱在理论上不很完备,因  $T \rightarrow 0$ ,  $R(\underline{\quad}, T) = 1$ , 而假定的强度折减系数值不满足此条件,将在短周期处产生较大误差.

事实上若引入某个假定,式(5)在统计意义上是成立的. 下面作一考查.

将式(2)中  $S_{d,e}^{(i)}$  移至右侧,并取数学期望,有

$$E(S_{d,e}^{(i)}) = \frac{1}{\underline{\quad}} E(S_{d,p}^{(i)} \cdot R^{(i)}) \quad (6)$$

若假定  $S_{d,e}^{(i)}$  和  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量,则

$$E(S_{d,e}^{(i)}) = \frac{1}{\underline{\quad}} E(S_{d,p}^{(i)}) E(R^{(i)}) \quad (7)$$

由式(7)就可以得到

$$E(S_{d,p}^{(i)}) = \frac{E(S_{d,e}^{(i)})}{E(R^{(i)})} \quad (8)$$

比较式(8)和式(4),就可以得到式(5).

由上讨论可知,式(5)成立的假定条件是  $S_{d,p}^{(i)}$  和  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量,因为  $T \rightarrow \infty$ ,  $R^{(i)} = \underline{\quad}$  和  $T \rightarrow 0$ ,  $R^{(i)} = 1$  成立,该假定条件可能在短周期和较长周期段内成立.

## 2 利用等延性强度折减系数谱建立弹塑性设计位移谱的偏差分析

采用作者在 PEER 强震记录数据库中选择的不同场地条件各 20 条地震波,通过统计分析研究利用式(5)建立弹塑性设计位移谱的偏差.

选择的地震波满足如下原则: (1)地震震级 ( $M_s$ ) 在 6 级以上; (2)震中距或断层距在 20~40 km; (3)加速度峰值在 0.15g 以上; (4)高通滤波截止频率在 0.2 Hz 以下. 因受地震记录数量限制,少量不完全满足上述条件的地震波也在选择

之列. 这样做的目的是: (1)地震能够使结构发生破坏; (2)减少震级、震中距不同和近断层地震动效应的影响; (3)保证长周期反应谱的计算精度. 场地条件分为硬土、中硬(软)土和软土三类,对应土层(30 m)平均剪切波速  $v_s$  为 360~750 m/s、180~360 m/s 和 < 180 m/s, 对应 USGS 中的 B 类、C 类和 D 类, 近似对应中国规范的 I 类、II(III)类和 IV 类<sup>[13]</sup>.

偏差分析过程如下:

- (1) 计算不同场地条件的每条地震波的  $S_{d,p}^{(i)}$ ;
- (2) 分别计算不同场地、不同延性系数(取 2、4、6)条件下的每条地震波的强度折减系数谱  $R^{(i)}$ ;
- (3) 由 (1) 和 (2), 通过式 (2) 计算它们的  $S_{d,p}^{(i)}$ ;
- (4) 求解  $E(S_{d,e}^{(i)})$ 、 $E(R^{(i)})$  和  $\bar{S}_{d,p}$ ;
- (5) 将  $E(S_{d,e}^{(i)})$ 、 $E(R^{(i)})$  代入式 (8), 求解  $E(S_{d,p}^{(i)})$  (为与  $\bar{S}_{d,p}$  区别);
- (6) 计算  $\bar{E}(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$ , 比值越接近 1.0, 说明上面提到  $S_{d,e}^{(i)}$  和  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量假定条件成立, 即可利用式 (5) 直接建立弹塑性设计位移谱.

分析中取周期范围 0.05~5.0 s, 阻尼比 5%, 恢复力模型采用理想弹塑性形式. 现有的一些研究表明恢复力模型对弹塑性谱影响很小<sup>[10 12 14]</sup>. 为方便, 计算中假定加速度峰值为 0.4g, 注意到  $R^{(i)}$  与加速度峰值无关和其他涉及的公式均是比值形式, 所得结论与加速度峰值是无关的.

图 2 给出了依据上述过程计算得到的  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$ . 可以看出:

- (1) 不同场地、不同延性系数条件下,  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$  大部分情况下小于 1.0, 说明利用式 (5) 建立弹塑性设计位移谱将会得到偏于危险的结果.
- (2) 相同延性系数条件下,  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$  随场地变软而变小; 相同场地条件下,  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$  随延性系数增大而变小.
- (3) 若将  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p} > 0.9$  作为可以接受的偏差标准, 则延性系数小于 2 时, 不同场地都可以采用式 (5) 建立弹塑性设计位移谱; 延性系数达到 4 时, 硬土地场和中硬(软)土地场可近似认为式 (5) 成立; 延性系数达到 6 时, 采用式 (5) 建立弹塑

性设计位移谱将变得不可行, 特别是软土地场.

(4) 周期  $T$  小于 0.2 s 时不同场地条件和延性系数下, 均有  $E(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p} \approx 1.0$ , 因此在这个短周期范围内假定条件  $S_{d,e}^{(i)}$  和  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量成立; 注意到  $T$  大于 4.0~4.5 s 后,  $\bar{E}(S_{d,p}^{(i)})/\bar{S}_{d,p}$  有随周期增长而增大趋势, 可能到更长的周期, 上述假定亦成立.

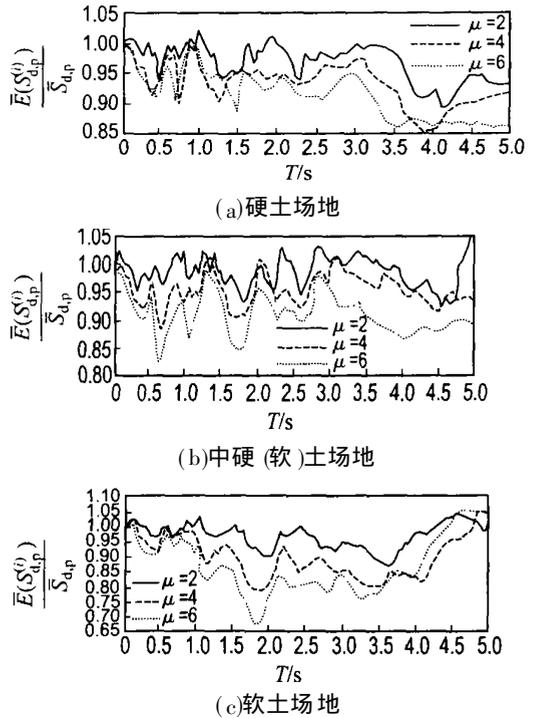


图 2 平均等延性强度折减系数谱建立的弹塑性位移谱与统计平均的位移谱之比

Fig. 2 Ratio of elastic-plastic displacement spectra derived indirectly from the strength reduction factor spectrum to statistical ones

### 3 利用等延性强度折减系数谱建立统计意义一致的弹塑性设计位移谱

由式 (4) 及式 (5) 建立弹塑性设计位移谱的隐含假定是: 地震波  $i$  的弹塑性位移谱  $S_{d,p}^{(i)}$  和强度折减系数谱  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量, 而它仅在周期  $T$  小于 0.2 s 时近似成立, 在其他感兴趣的周期范围内并不成立. 这样利用等延性强度折减系数谱建立的弹塑性设计位移谱与统计平均的谱必然会有偏差. 可以给出解决上述问题的工程思路: 首先建立一个较为合理的等延性强度折减系数谱的拟合公式或拟合谱  $E(R^{(i)})$ ; 其次对基于  $E$

( $R^{(i)}$ )建立的“计算”平均弹塑性位移谱  $E(S_{d,p}^{(i)})$  (式(8))乘以适当的修正系数得到弹塑性设计位移谱,而修正系数则根据大量地震波的平均弹塑性位移谱  $\bar{S}_{d,p}$ 与“计算”平均弹塑性位移谱  $E(S_{d,p}^{(i)})$ 之比作统计分析得到。

3.1 等延性强度折减系数谱  $E(R^{(i)})$ 选择

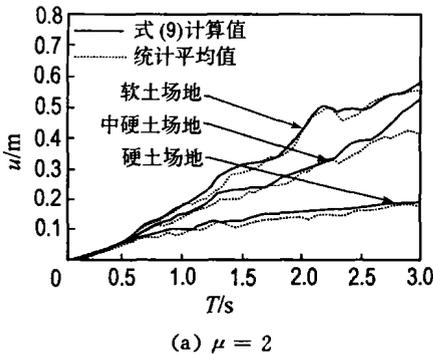
到目前为止,国内外建立的等延性强度折减系数谱的拟合公式已有十数个之多,而对它们的比较分析是最近由 Cuesta 等<sup>[15]</sup>完成的。他们比较了国外 7 位学者建议的不同公式后认为, Vidic 等<sup>[14]</sup>的公式考虑了地震动特征周期这一重要因素,因此较为准确与合理。作者选择国外常被引用的 4 组拟合公式<sup>[16 8 14 16]</sup>和国内学者建议的 2 组拟合公式<sup>[17 18]</sup>,对它们进行比较分析。其与 Cuesta 工作不同点在于:一是详细地考虑了场地条件影响;二是对各个周期点进行统计分析而不是对所有周期点进行统计分析,给出的评价结果具有谱的形式,可以看出不同周期段不同公式的准确程度;三是采用了具有平方指数的评价函数,以使拟合谱和实际谱的偏差放大。

文献 [19] 对比较分析过程做了详细介绍,本文限于篇幅仅给出最终的评价结论:总的看来在硬土地地和中硬(软)土地地 Vidic 公式的结果较好;其次是翟长海公式,在短周期、中长周期段 Nassar 公式的结果也较好;在软土地地,稍感意外的是最好的是 Miranda 公式,其次是 Vidic 公式。评价结论除软土地地外近似与 Cuesta<sup>[15]</sup>一致。

3.2 统计意义一致的弹塑性设计位移谱

本文建议以下统计意义一致的弹塑性设计位移谱公式:

$$\bar{S}_{d,p} = O \frac{\bar{S}_{d,e}}{R} \quad (9)$$



式中:  $R = E(R^{(i)})$ , 为平均等延性强度折减系数谱,取为 Fajfar<sup>[6]</sup>给出的 Vidic 公式的简化形式(式(10));  $O$ 为修正系数。

$$\begin{cases} R = (\_ - 1) \frac{T}{T_0} + 1; & T \leq T_0 \\ R = \_ ; & T > T_0 \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $T_0 = 0.65 \_^{0.3} T_c$ ,  $T_c$ 为地震动特征周期。

修正系数  $O$ 综合考虑场地条件、位移延性系数、周期等影响因素后,可稍偏安全地按表 1 取值。表 1 数值适合于硬土地地周期范围 0.05~ 5 s,中硬(软)土地地和软土地地 0.05~ 3 s。对于周期大于 3 s 时中硬(软)土地地和软土地地弹塑性设计位移谱与弹性设计位移反应谱的关系还应作进一步研究。

表 1 修正系数  $O$

Tab. 1 Modified factor  $O$

场地条件	位移延性系数		
	$\leq 2$	$2 < \leq 4$	$4 < \leq 6$
硬土	1.0	1.1	1.2
中硬(软)土	1.0	1.1	1.2
软土	1.0	1.2	1.3

图 3(a)、(b)及图 4(a)给出了周期在 0.05~ 3 s,不同延性系数、不同场地的统计平均弹塑性位移谱与式(9)计算结果的对比(加速度峰值 0.4g)。它们二者很相近,式(9)计算结果稍大,偏于安全。为说明问题,图 4(b)给出了位移延性系数为 6 时,周期取 0.05~ 5 s,修正系数整个周期范围内取表 1 值,不同场地的统计平均弹塑性位移谱与式(9)计算结果的对比。可以看出对中硬(软)土地地和软土地地当周期大于 3 s 时,误差明显增长,甚至于统计平均的弹塑性位移谱与由式(9)计算的谱随周期的变化趋势都不一致。

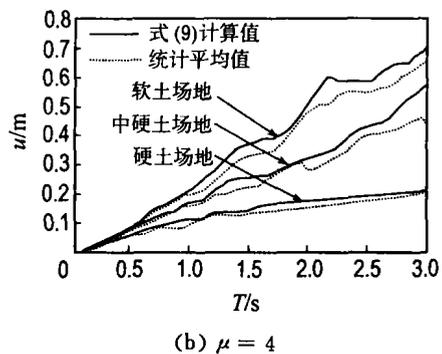


图 3 统计平均弹塑性位移谱与式(9)计算结果的对比 ( $\_ = 2, 4$ )

Fig. 3 Comparison between statistical elastic-plastic displacement spectra and results of Eq. (9) ( $\_ = 2, 4$ )

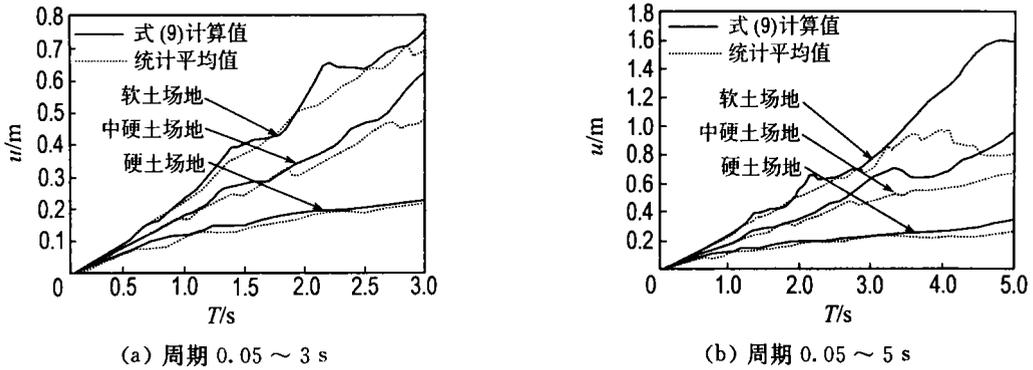


图 4 统计平均弹塑性位移谱与式 (9) 计算结果的对比 ( $\xi = 6$ )

Fig. 4 Comparison between statistical elastic-plastic displacement spectra and results of Eq. (9) ( $\xi = 6$ )

## 4 结 论

本文研究了由等延性强度折减系数谱和弹性设计位移谱建立弹塑性设计位移谱的问题. 指出: 当假定地震波  $i$  的弹塑性位移谱  $S_{d,p}^{(i)}$  和强度折减系数谱  $R^{(i)}$  为相互独立的统计变量时, 可以直接由统计平均的等延性强度折减系数谱和弹性设计位移谱建立弹塑性设计位移谱, 设计谱统计意义是一致的. 分析表明, 该假定仅在周期  $T$  小于 0.2 s 时近似成立, 上述做法也会导致建立的弹塑性设计位移谱偏于危险. 通过对国内外 6 组等延性强度折减系数谱的对比分析, 以精度较高的 Vidic 等的公式为准, 通过引入与位移延性系数、场地条件及结构周期相关的修正系数建议了统计意义一致的弹塑性设计位移谱.

本文建议的是一种间接建立弹塑性设计位移谱的方法, 还需要进一步研究以直接方式建立弹塑性设计位移谱的方法. 另外, 对不同场地长周期 ( $T > 3.0$  s) 弹性和弹塑性设计位移谱也应进行深入研究.

## 参考文献:

[1] SEAOC Vision 2000 Committee. Performance-based Seismic Engineering [R]. Sacramento: Structural Engineering Association of California, 1995.  
 [2] PRIESTLEY M J N. Performance based seismic design [C] // 12th World Conference on Earthquake Engineering. New Zealand: New Zealand Society for Earthquake Engineering, 2000.

based design in earthquake engineering: a multidisciplinary review [J]. **Eng Struct**, 2001, **23** (12): 1525-1543.  
 [4] CHOPRA A K, GOEL R K. Direct displacement-based design: use of inelastic vs. elastic design spectra [J]. **Earthquake Spectra**, 2001, **17**(1): 47-64.  
 [5] CHOPRA A K, GOEL R K. Capacity demand diagram method for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDOF system [R]. PEER Report 1999/02. Berkeley: University of California, 1999.  
 [6] FAJFAR P. Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra [J]. **Earthquake Eng Struct Dyn**, 1999, **28**(9): 979-993.  
 [7] XUE Qiang, CHEN Cheng-chung. Performance based seismic design of structures: a direct displacement based approach [J]. **Eng Struct**, 2003, **25**(14): 1803-1813.  
 [8] MIRANDA E, BERTERO V V. Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design [J]. **Earthquake Spectra**, 1994, **10**(2): 357-379.  
 [9] RIDDELL R. Inelastic design spectra accounting for soil conditions [J]. **Earthquake Eng Struct Dyn**, 1995, **24**(11): 1491-1510.  
 [10] RIDDELL R, GARCIA J E, GARCES E. Inelastic deformation response of SDOF systems subjected to earthquake [J]. **Earthquake Eng Struct Dyn**, 2002, **31**(3): 515-538.  
 [11] NEWMARK N M, HALL W J. **Earthquake Spectra and Design** [M]. Berkeley: EERI, 1982.

- [12] 吕西林,周定松. 考虑场地类别与设计分组的延性需求谱和弹塑性位移反应谱 [J]. 地震工程与工程振动, 2004, **24**(1): 39-48.
- [13] 沈聚敏,周锡元,高小旺,等. 抗震工程学 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [14] VIDIC T, FAJFAR P, FISHINGER M. Consistent inelastic design spectra strength and displacement [J]. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 1994, **23**(5): 507-521.
- [15] CUESTA I, ASCHHEIM A, FAJFAR P. Simplified  $R$ -factor relationships for strong ground motions [J]. *Earthquake Spectra*, 2003, **19**(1): 25-45.
- [16] MIRANDA E. Evaluation of site-dependent inelastic seismic design spectra [J]. *J Struct Eng, ASCE*, 1992, **119**(6): 1319-1337.
- [17] 卓卫东,范立础. 结构抗震设计中的强度折减系数研究 [J]. 地震工程与工程振动, 2001, **21**(1): 84-88.
- [18] 翟长海,公茂盛,张茂花,等. 工程结构等延性地震抗力谱研究 [J]. 地震工程与工程振动, 2004, **24**(1): 22-29.
- [19] 王东升,李宏男,王国新. 弹塑性地震反应谱的比较分析 [C]// 首届全国防震减灾工程学术研讨会论文集. 北京: 科学出版社, 2005.

## Statistical property-consistent elastic-plastic displacement design spectra

WANG Dong-sheng<sup>\* 1,2</sup>, LI Hong-nan<sup>1</sup>, WANG Guo-xin<sup>1</sup>

( 1.School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China;

2.Inst. of Road and Bridge Eng., Dalian Maritime Univ., Dalian 116026,China )

**Abstract** The design spectra usually represent the statistical results of some SDOF system subjected to ground motions, but elastic displacement design spectra are not consistent with the elastic-plastic design spectra derived indirectly from the reduction of elastic displacement design spectra by the strength reduction factor spectrum. The discrepancies between above indirect elastic-plastic spectra and statistical spectra are studied based on the statistical analysis of the response of SDOF system subjected to 20 seismic ground motions separately under three kinds of site soil conditions, and it is known that the former might underestimate the earthquake displacement demands especially on soft site or when displacement ductility factor is larger than 4. Then the simplified Vidic's strength reduction factor spectrum with higher accuracy is selected and a modified factor related to the displacement ductility factor, the site condition and the system period is introduced to the indirect elastic-plastic spectra, and the statistical property-consistent elastic-plastic displacement design spectra derived by the reduction of elastic displacement design spectra is proposed finally.

**Key words** displacement-based seismic design; elastic-plastic displacement design spectra; strength reduction factor spectrum; displacement ductility factors; site conditions